

Du côté des mathématiciens

14

Il n'est pas nécessaire d'être grand mathématicien pour utiliser les fonctions rangées dans la catégorie *Maths et trigonométrie*. D'un abord un peu austère, cette liste recèle pourtant LA fonction magique d'Excel. Nous avons bien entendu nommé la fonction SOMME qui, à elle seule, justifie l'utilisation d'Excel pour de nombreux utilisateurs.

SOMMAIRE

- ▶ Arrondis
- ▶ Décompositions en facteurs premiers
- ▶ Sommes, produits
- ▶ Exponentielles, logarithmes
- ▶ Matrices
- ▶ Probabilités
- ▶ Fonctions circulaires
- ▶ Fonctions hyperboliques

MOTS-CLÉS

- ▶ Aléa
- ▶ Angle
- ▶ Arrangement
- ▶ Arrondi
- ▶ Combinaison
- ▶ Cosinus
- ▶ Déterminant
- ▶ Exponentielle
- ▶ Factorielle
- ▶ Logarithme
- ▶ Matrice
- ▶ Nombre premier
- ▶ Produit
- ▶ Quotient
- ▶ Racine
- ▶ Signe
- ▶ Sinus
- ▶ Somme
- ▶ Tangente

La catégorie *Maths et trigonométrie* regroupe à la fois des outils d'usage courant, comme les fonctions d'arrondi, et d'autres plus sophistiqués, comme les fonctions de calcul matriciel ou logarithmique. Toutefois, quelle que soit la complexité des mécanismes qui les sous-tendent, ne négligez pas ces fonctions, car, bien souvent, elles permettent de répondre simplement à des problèmes épineux. De plus, il n'est pas nécessaire de comprendre les tenants et les aboutissants des formules qu'elles traduisent pour bien les utiliser.

Soixante-trois fonctions Maths et trigonométrie

Cette catégorie rassemble plusieurs familles. Vous avez d'abord les fonctions d'arrondi et quelques fonctions d'arithmétique élémentaire. Ensuite, vous trouvez les fonctions hyperboliques, logarithmiques, matricielles ainsi que quelques fonctions de calculs de probabilités. Enfin, vous disposez de toute une série de fonctions circulaires (trigonométrie).

Fonctions d'arrondi

Vous pouvez arrondir une valeur en appliquant à la cellule un format de nombre, mais, dans ce cas, vous ne jouez que sur l'apparence du nombre (la valeur elle-même est conservée avec toute sa précision). En revanche, les fonctions d'arrondi transforment profondément les valeurs auxquelles elles s'appliquent et leur font réellement perdre leur précision. Les douze fonctions présentées ici appliquent toutes un arrondi, mais en respectant à chaque fois des règles différentes.

Le second argument des quatre fonctions *ARRONDI*, *ARRONDI.INF*, *ARRONDI.SUP* et *TRONQUE* permet d'obtenir des niveaux d'arrondis différents. Il faut utiliser une valeur entière positive pour arrondir au-delà de la virgule, ou négative pour arrondir en-deçà. Les deux séries d'exemples entrés dans les plages *C4:C10* et *E4:E10* de la figure 14-1 permettent de comprendre les différentes réactions de la fonction *ARRONDI* suivant que la valeur à arrondir est supérieure ou strictement inférieure à 5.

ATTENTION Comportement inversé sur les valeurs négatives

Les fonctions *ARRONDI.INF* et *ARRONDI.SUP* raisonnent en valeur absolue quand on aborde les valeurs négatives. *=ARRONDI.INF(-25;-1)* renvoie -20 alors que *=ARRONDI.SUP(-25;-1)* renvoie -30.

Tableau 14-1 Fonctions d'arrondi

Fonction	Description
ARRONDI	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au niveau de précision indiqué dans le deuxième argument (un entier). Elle applique les règles d'arrondi standard, c'est-à-dire le choix de la valeur inférieure jusqu'à 5 exclu et de la valeur supérieure à partir de 5. Si le deuxième argument n'est pas un entier, Excel le tronque à sa valeur entière.
ARRONDI.SUP	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au niveau de précision indiqué dans le deuxième argument (un entier). Elle n'applique pas les règles d'arrondi standard, mais choisit systématiquement la valeur supérieure. Si le deuxième argument n'est pas un entier, Excel le tronque à sa valeur entière.

	A	B	C	D	E
2	Type d'arrondi	Valeur originale	Résultat	Valeur originale	Résultat
4	3	1 231,2312	1 231,2310	9 876,5987	9 876,5990
5	2	1 231,2312	1 231,2300	9 876,5987	9 876,6000
6	1	1 231,2312	1 231,2000	9 876,5987	9 876,6000
7	0	1 231,2312	1 231,0000	9 876,5987	9 877,0000
8	-1	1 231,2312	1 230,0000	9 876,5987	9 880,0000
9	-2	1 231,2312	1 200,0000	9 876,5987	9 900,0000
10	-3	1 231,2312	1 000,0000	9 876,5987	10 000,0000
12		=ARRONDI(B4;A4)		=ARRONDI(D4;A4)	
13					
14					

Figure 14–1 Des fonctions ARRONDI ont été entrées dans les pages C4:C10 et E4:E10. Elles utilisent pour deuxième argument les valeurs entières de la plage A4:A10.

	A	B	C	D	E
2			ARRONDI		ARRONDI.SUP
4	Syntaxe		=ARRONDI(D7;D8)		=ARRONDI.SUP(E7;E8)
6	Arguments				
7	Nombre		123,34		123,34
8	Niveau d'arrondi		0		0
10	Résultat		123,00		124,00

Figure 14–2
Mise en œuvre des fonctions ARRONDI et ARRONDI.SUP

Tableau 14–2 Fonctions d'arrondi

Fonction	Description
ARRONDI.INF	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au niveau de précision indiqué dans le deuxième argument (un entier). Elle n'applique pas les règles d'arrondi standard, mais choisit systématiquement la valeur inférieure. Si le deuxième argument n'est pas un entier, Excel le tronque à sa valeur entière.
TRONQUE	Cette fonction utilise deux arguments. Elle supprime tous les chiffres composant un nombre décimal (premier argument) jusqu'au niveau de précision indiqué dans le deuxième argument (un entier). De ce fait, elle renvoie des résultats similaires à la fonction <i>ARRONDI.INF</i> . Si le deuxième argument n'est pas un entier, Excel le tronque à sa valeur entière.

Tableau 14–3 Fonctions d'arrondi

Fonction	Description
ENT	Cette fonction utilise un argument (un nombre décimal) dont elle renvoie la partie entière.
IMPAIR	Cette fonction utilise un argument (un nombre décimal) dont elle renvoie la valeur entière impaire la plus proche en s'éloignant de zéro.
PAIR	Cette fonction utilise un argument (un nombre décimal) dont elle renvoie la valeur entière paire la plus proche en s'éloignant de zéro.

	A	B	C	D	E
2				ARRONDI.INF	TRONQUE
4	Syntaxe 1			=ARRONDI.INF(D8;D10)	=TRONQUE(E8;E10)
5	Syntaxe 2			=ARRONDI.INF(D9;D10)	=TRONQUE(E9;E10)
7	Arguments				
8	Nombre 1			123,56	123,56
9	Nombre 2			-123,56	-123,56
10	Niveau d'arrondi			0	0
12	Résultat 1			123,00	123,00
13	Résultat 2			-123,00	-123,00

Figure 14–3
Mise en œuvre des fonctions TRONQUE et ARRONDI.INF

	A	B	C	D	E	F
2				ENT	IMPAIR	PAIR
4	Syntaxe			=ENT(D7)	=IMPAIR(E7)	=PAIR(F7)
6	Arguments					
7	Nombre			-65,60	4567,89	4567,89
9	Résultat			-66,00	4 569,00	4 568,00

Figure 14–4
Mise en œuvre des fonctions ENT, IMPAIR et PAIR

HISTOIRE Pourquoi deux fonctions pour un même objectif ?

La fonction *TRONQUE* existe depuis les premières versions d'Excel, alors que la fonction *ARRONDI.INF* est apparue plus tard. La fonction *TRONQUE* est donc conservée dans Excel 2010 pour assurer une continuité avec les versions précédentes.

À SAVOIR Valeurs négatives traitées « normalement »

La fonction *ENT* aborde les valeurs négatives en prenant en compte leur valeur réelle et non leur valeur absolue. Ainsi, à partir de $-65,4$, la fonction *ENT* renverra systématiquement -66 .

Tableau 14-4 Fonctions d'arrondi

Fonction	Description
ARRONDI.AU.MULTIPLE	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au multiple le plus proche de la valeur spécifiée dans le deuxième argument (nombre décimal). Dans l'exemple présenté figure 14-5, on a bien $25 * 60 = 1\,500$ et $26 * 60 = 1\,560$. $1\,534$ étant plus proche de $1\,560$, c'est cette dernière qui est renvoyée par la formule. Si le nombre et le multiple sont de signe différent, la fonction renvoie une valeur d'erreur.

Figure 14-5
Mise en œuvre de la fonction
ARRONDI.AU.MULTIPLE

	B	C	D	E	F
2			ARRONDI.AU.MULTIPLE	ARRONDI.AU.MULTIPLE	ARRONDI.AU.MULTIPLE
4	Syntaxe		=ARRONDI.AU.MULTIPLE(D7;D8)	=ARRONDI.AU.MULTIPLE(E7;E8)	=ARRONDI.AU.MULTIPLE(F7;F8)
6	Arguments				
7	Nombre		-1 534,00	1 534,00	1 534,00
8	Multiple		-60,00	60,00	-60,00
10	Résultat		-1 560,00	1 560,00	#NOMBRE!

Tableau 14-5 Fonctions d'arrondi

Fonction	Description
PLANCHER	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au multiple le plus proche de la valeur spécifiée dans le deuxième argument (nombre décimal) en s'approchant de zéro. Elle applique les mêmes règles que la fonction <i>ARRONDI.AU.MULTIPLE</i> , mais au lieu d'arrondir à la valeur la plus proche, elle choisit systématiquement celle qui est plus près de zéro. Quand les deux arguments sont positifs ($1\,534$ et 60 dans l'exemple proposé à la figure 14-6), elle renvoie donc la plus petite valeur ($1\,500$), mais quand ils sont tous les deux négatifs ($-1\,534$ et -60), elle renvoie la plus grande ($-1\,500$, qui est en effet plus proche de zéro que la plus petite, $-1\,560$). Lorsque les deux arguments sont de signe différent, la fonction réagit autrement. Si c'est le multiple qui est négatif, la fonction renvoie une valeur d'erreur. Si c'est le nombre ($-1\,534$), la fonction renvoie la valeur arrondie la plus proche en s'éloignant de zéro ($-1\,560$).
PLANCHER.PRECIS	Cette fonction utilise deux arguments. Lorsque les deux arguments sont positifs ($1\,534$ et 60), elle a un comportement similaire à la fonction <i>PLANCHER</i> et renvoie $1\,500$. Elle réagit également de la même façon lorsque le nombre est négatif ($-1\,534$) et le multiple positif (60) et renvoie ($-1\,560$). Elle diffère de la fonction <i>PLANCHER</i> dans les deux derniers cas de figure. Lorsque les deux arguments sont négatifs, elle renvoie $-1\,560$ et non pas $-1\,500$. Et enfin, lorsque le nombre est positif ($1\,534$) et le multiple négatif (-60), elle ne renvoie plus de valeur d'erreur mais $1\,500$.

Figure 14-6
Mise en œuvre de la fonction PLANCHER

	B	C	D	E	F	G
2			PLANCHER	PLANCHER	PLANCHER	PLANCHER
4	Syntaxe		=PLANCHER(D7;D8)	=PLANCHER(E7;E8)	=PLANCHER(F7;F8)	=PLANCHER(G7;G8)
6	Arguments					
7	Nombre		1 534,00	-1 534,00	-1 534,00	1 534,00
8	Multiple		60,00	-60,00	60,00	-60,00
10	Résultat		1 500,00	-1 500,00	-1 560,00	#NOMBRE!

	B	C	D	E	F	G
2			PLANCHER.PRECIS	PLANCHER.PRECIS	PLANCHER.PRECIS	PLANCHER.PRECIS
4	Syntaxe		=PLANCHER.PRECIS(D7;D8)	=PLANCHER.PRECIS(E7;E8)	=PLANCHER.PRECIS(F7;F8)	=PLANCHER.PRECIS(G7;G8)
6	Arguments					
7	Nombre		1 534,00	-1 534,00	-1 534,00	1 534,00
8	Multiple		60,00	-60,00	60,00	-60,00
10	Résultat		1 500,00	-1 560,00	-1 560,00	1 500,00

Figure 14–7
Mise en œuvre
de la fonction
PLANCHER.PRECIS

Tableau 14–6 Fonctions d’arrondi

Fonction	Description
PLAFOND	Cette fonction utilise deux arguments. Elle arrondit un nombre décimal (premier argument) au multiple le plus proche de la valeur spécifiée dans le deuxième argument (nombre décimal) en s'éloignant de zéro. Elle applique les mêmes règles que la fonction <i>ARRONDI.AU.MULTIPLE</i> , mais au lieu d'arrondir à la valeur la plus proche, elle choisit systématiquement celle qui est plus loin de zéro. Quand les deux arguments sont positifs (1 534 et 60 dans l'exemple proposé à la figure 14-8), elle renvoie donc la plus grande valeur (1 560), mais quand ils sont tous les deux négatifs (-1 534 et -60), elle renvoie la plus petite (-1 560, qui est en effet plus loin de zéro que la plus grande, -1 500). Lorsque les deux arguments sont de signe différent, la fonction réagit autrement. Si c'est le multiple qui est négatif, la fonction renvoie une valeur d'erreur. Si c'est le nombre (-1 534), la fonction renvoie la valeur arrondie la plus proche en s'approchant de zéro (-1 500).
PLAFOND.PRECIS	Cette fonction utilise deux arguments. Lorsque les deux arguments sont positifs (1 534 et 60), elle a un comportement similaire à la fonction <i>PLAFOND</i> et renvoie 1 560. Elle réagit également de la même façon lorsque le nombre est négatif (-1 534) et le multiple positif (60) et renvoie (-1 500). Elle diffère de la fonction <i>PLAFOND</i> dans les deux derniers cas de figure. Lorsque les deux arguments sont négatifs, elle renvoie -1 500 et non pas -1 560. Et enfin, lorsque le nombre est positif (1 534) et le multiple négatif (-60), elle ne renvoie plus de valeur d'erreur mais 1 560.

	B	C	D	E	F	G
2			PLAFOND	PLAFOND	PLAFOND	PLAFOND
4	Syntaxe		=PLAFOND(D7;D8)	=PLAFOND(E7;E8)	=PLAFOND(F7;F8)	=PLAFOND(G7;G8)
6	Arguments					
7	Nombre		1 534,00	-1 534,00	-1 534,00	1 534,00
8	Multiple		60,00	-60,00	60,00	-60,00
10	Résultat		1 560,00	-1 560,00	-1 500,00	#NOMBRE!

Figure 14–8
Mise en œuvre de la fonction PLAFOND

	B	C	D	E	F	G
2			PLAFOND.PRECIS	PLAFOND.PRECIS	PLAFOND.PRECIS	PLAFOND.PRECIS
4	Syntaxe		=PLAFOND.PRECIS(D7;D8)	=PLAFOND.PRECIS(E7;E8)	=PLAFOND.PRECIS(F7;F8)	=PLAFOND.PRECIS(G7;G8)
6	Arguments					
7	Nombre		1 534,00	-1 534,00	-1 534,00	1 534,00
8	Multiple		60,00	-60,00	60,00	-60,00
10	Résultat		1 560,00	-1 500,00	-1 500,00	1 560,00

Figure 14–9
Mise en œuvre
de la fonction
PLAFOND.PRECIS

Fonctions afférentes au signe des nombres

Deux fonctions s'intéressent au signe des nombres : *ABS* et *SIGNE*. L'une d'elles permet d'en faire abstraction et l'autre renvoie une information à son propos.

Tableau 14-7 Fonctions afférentes au signe des nombres

Fonction	Description
ABS	Cette fonction utilise un argument, un nombre décimal dont elle renvoie la valeur absolue (le nombre privé de son signe).
SIGNE	Cette fonction utilise un argument, un nombre décimal, qu'elle analyse pour renvoyer 1, 0 ou -1 suivant qu'il est positif, nul ou négatif.

RAPPEL

Décomposition en facteurs premiers

Un nombre premier n'est divisible que par 1 et par lui-même. Un théorème fondamental de l'arithmétique nous apprend qu'un nombre entier se décompose de manière unique en un produit de facteurs premiers. Par exemple, 24 se décompose en $2^3 * 3$, et 180 en $2^2 * 3^2 * 5$. Une telle décomposition permet de trouver le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) et le PPCM (Plus Petit Commun Multiple) de ces deux nombres. Pour trouver le PGCD, on ne prend que les facteurs premiers communs avec leur plus petit exposant (soit $2^2 * 3 = 12$). Pour trouver le PPCM, on prend tous les facteurs premiers avec leur plus grand exposant (soit $2^3 * 3^2 * 5 = 360$).

	B	C	D	E	F	G	H
2			ABS	ABS	SIGNE	SIGNE	SIGNE
4	Syntaxe		=ABS(D7)	=ABS(E7)	=SIGNE(F7)	=SIGNE(G7)	=SIGNE(H7)
6	Arguments						
7	Nombre		-14,3	14,3	-14,3	14,3	0
9	Résultat		14,3	14,3	-1	1	0

Figure 14-10 Mise en œuvre des fonctions ABS et SIGNE

Fonctions afférentes aux nombres entiers

Certaines fonctions présentées dans cette section utilisent les nombres premiers, qui interviennent largement dans certains domaines des mathématiques appliquées, comme les algorithmes de cryptographie. D'autres fonctions concernent le champ de l'arithmétique modulaire, dont le principe consiste à ne pas travailler sur les nombres eux-mêmes, mais sur le reste de leur division par une valeur quelconque.

Tableau 14-8 Fonctions afférentes aux nombres entiers

Fonction	Description
PGCD	Cette fonction utilise un nombre d'arguments variable. Elle renvoie le plus grand diviseur commun de tous les arguments (des entiers).
PPCM	Cette fonction utilise un nombre d'arguments variable. Elle renvoie le plus petit multiple commun de tous les arguments (des entiers).

Les arguments utilisés par les fonctions *PGCD* et *PPCM* doivent être des entiers positifs. Les lois mathématiques impliquent que lorsqu'une valeur négative se glisse parmi eux, la fonction renvoie une valeur d'erreur. Une limite d'Excel fait que si l'un d'eux est supérieur à 253, la fonction renvoie également une valeur d'erreur. Si la fonction rencontre une valeur décimale, elle la tronque à l'unité.

Tableau 14-9 Fonctions afférentes aux nombres entiers

Fonction	Description
QUOTIENT	Cette fonction utilise deux arguments (nombres décimaux). Elle considère le premier comme un numérateur, le second comme un dénominateur et réalise la division correspondante dont elle renvoie la partie entière du résultat.
MOD	Cette fonction utilise deux arguments (nombres décimaux). Elle divise le premier par le second et renvoie le reste de cette opération.

	A	B	C	D	E
2				PGCD	PPCM
4	Syntaxe			=PGCD(D7:D11)	=PPCM(E7:E11)
6	Arguments				
7	Nombre 1			96	96
8	Nombre 2			36	36
9	Nombre 3			18	18
10	Nombre 4			48	48
11	Nombre 5			60	60
13	Résultat			6	1 440

Figure 14-11 Mise en œuvre des fonctions PGCD et PPCM

	A	B	C	D	E
2				QUOTIENT	MOD
4	Syntaxe			QUOTIENT(D7:D8)	=MOD(E7:E8)
6	Arguments				
7	Nombre			2 009	2 009
8	Diviseur			4	4
10	Résultat			502	1

Figure 14-12 Mise en œuvre des fonctions QUOTIENT et MOD

Sommes

L'addition est l'une des quatre opérations de l'arithmétique élémentaire. Comme ses petites sœurs, elle peut être directement mise en œuvre dans une formule grâce à l'opérateur +. Mais dans la majorité des cas, elle doit être faite sur un très grand nombre de valeurs et il vaut mieux utiliser la fonction correspondante qui évite de détailler les termes de l'opération. Dans la même famille, Excel propose des fonctions qui cumulent les valeurs d'une plage en excluant celles qui ne répondent pas à certains critères.

Tableau 14-10 Sommes

Fonction	Description
SOMME	Cette fonction renvoie la somme des valeurs stockées dans ses arguments (nombres décimaux). Il peut s'agir d'une plage unique, de plusieurs plages, de valeurs exprimées « en dur » dans la formule, et ainsi de suite. Elle utilise donc un nombre d'arguments variables. Quelle que soit la forme de sa syntaxe, elle ne prend en compte que les valeurs numériques (les valeurs de texte sont considérées comme nulles).

	A	B	C	D	E	F
2				SOMME	SOMME	SOMME
4	Syntaxe			=SOMME(E2:E11)	=SOMME(Données!E2:E11)	=SOMME(Budget)
6	Arguments					
7	Plage			E2:E11	Données!E2:E11	Budget
9	Résultat			40 800	40 800	40 800

ASTUCE

Des noms pour clarifier les formules

Dans le tableau présenté figure 14-13, la plage B2:B11 a été nommée *Age*, la plage C2:C11, *Sport*, la plage D2:D11, *Enfants*, et la plage E2:E11 *Budget* (pour savoir comment baptiser une plage, consultez la fin du chapitre 2).

	A	B	C	D	E
1	Prénom	Âge	Sport	Nb enfants	Budget vacances annuel
2	Jean	47	Tennis	2	10 000
3	Paul	24	Judo	1	1 000
4	Roger	36	Tennis		3 000
5	Albert	57	Natation	3	12 000
6	Felix	62	Natation	4	8 000
7	Michel	27	Natation		1 200
8	Georges	32	Judo		600
9	Simon	29	Tennis	2	700
10	Ernest	43	Tennis	1	3 000
11	Amelin	26	Judo		1 300

Figure 14-13 Pour illustrer les fonctions de la catégorie « Sommes », nous utiliserons ce petit tableau. La feuille sur laquelle il se trouve s'appelle *Données*.

Figure 14-14 Mise en œuvre de la fonction SOMME

	A	B	C	D
2				SOMME.SI
4	Syntaxe	=SOMME.SI(Enfants;">0";Budget)		
6	Arguments			
7	Plage critère	Enfants		
8	Critère	>0		
9	Plage somme	Budget		
11	Résultat	34 700		

Figure 14-15

Mise en œuvre de la fonction SOMME.SI

MISE EN GARDE

Limite de la fonction SOMME.SI

Attention, le deuxième argument de la fonction *SOMME.SI* ne peut prendre en compte qu'une condition unique. Si vous souhaitez soumettre votre cumul à des conditions multiples, il faut utiliser la fonction *SOMME.SI.ENS*.

Prénom	Âge	Sport	Nb enfants	Budget vacances annuel
Jean	47	Tennis	2	10 000
Paul	24	Judo	1	1 000
Roger	36	Tennis		3 000
Albert	57	Natation	3	12 000
Felix	62	Natation	4	8 000
Michel	27	Natation		1 200
Georges	32	Judo		600
Simon	29	Tennis	2	700
Ernest	43	Tennis	1	3 000
Amelin	26	Judo		1 300

= 10 000 + 1 000 + 12 000 + 8 000 + 700 + 3 000

= 34 700

Figure 14-16 Les lignes sélectionnées par le critère (arguments 1 et 2) apparaissent sur un fond mauve.

La figure 14-14 propose trois syntaxes différentes pour mener à bien le même calcul à partir de la même plage. Si la formule est entrée dans une cellule de la feuille *Données*, l'exemple de la colonne *D* convient tout à fait. Si elle se trouve dans une autre feuille située dans le même classeur, il faut utiliser la formule proposée dans la colonne *E*.

Dans notre exemple, la plage *E2:E11* a été nommée *Budget*. Aussi, lors de la saisie de la fonction *SOMME*, dès que vous faites un cliquer-glisser sur elle, c'est le nom *Budget* qui s'inscrit dans la formule. Vous pouvez alors utiliser la troisième syntaxe présentée colonne *F*.

Réaliser une somme respectant une condition

Pour que la fonction *SOMME.SI* ait un sens, les deux plages (premier et troisième argument) doivent avoir la même taille, car les données de l'une sont liées aux données de l'autre par leur position. La première cellule de la plage de somme correspond à la première cellule de la plage de filtre, et ainsi de suite. Seules les cellules remplissant la condition exprimée dans le deuxième argument sont prises en compte dans la somme.

Tableau 14-11 Sommes

Fonction	Description
SOMME.SI	Cette fonction permet de faire la somme des valeurs d'une plage en omettant celles qui ne remplissent pas un certain critère. Dans la figure 14-15, on fait la somme des valeurs de la plage <i>Budget</i> uniquement lorsque la valeur correspondante de la plage <i>Enfants</i> est strictement supérieure à zéro. Le résultat obtenu est le cumul des budgets de vacances pour les personnes ayant au moins un enfant. Cette fonction utilise trois arguments. Le troisième est la plage de cellules contenant les données à additionner (<i>Budget</i>). Le premier est une plage de cellules (<i>Enfants</i>) sur lesquelles vous appliquez le filtre indiqué dans le deuxième argument (>0).

Un critère s'exprime à l'aide de l'un des six opérateurs de comparaison (pour les connaître, consultez le début du chapitre 6). Si vous ne précisez aucun opérateur, Excel comprend, par défaut, qu'il s'agit du signe égal. Pour cumuler les budgets des joueurs de tennis, vous pouvez utiliser les critères suivants : *"=Tennis"*, *"Tennis"*, *A1* (si la cellule *A1* contient le texte *Tennis*), *"T*"* ou *"T?????"* (Excel comprend les caractères génériques). S'il ne s'agit pas du signe égal, vous devez préciser l'opérateur. Pour cumuler les budgets des individus de moins de 30 ans, vous pouvez utiliser les critères suivants : *"<30"*, *"<"&A1* (si la cellule *A1* contient la valeur 30).

Réaliser une somme respectant plusieurs conditions

La fonction *SOMME.SI.ENS* (voir la figure 14-18) utilise un nombre d'arguments variable qui dépend des conditions auxquelles vous souhaitez sou-

mettre votre somme. Le premier argument est la plage de cellules contenant les données à additionner (**Budget**). Ensuite, les arguments vont par paires. Le deuxième argument correspond à la plage (**Enfants**) sur laquelle s'applique la première condition (**>0**), elle-même exprimée dans le troisième argument. Si vous souhaitez filtrer encore davantage votre somme, utilisez un quatrième argument pour indiquer une nouvelle plage (**Sport**) sur laquelle s'appliquera la deuxième condition (**Tennis**, dans le cinquième argument), et ainsi de suite (jusqu'à la 127^e paire !).

	A	B	C	D
2				SOMME.SI.ENS
4	Syntaxe	=SOMME.SI.ENS(Budget ; Enfants ;">0"; Sport ;"Tennis")		
6	Arguments			
7	Plage somme	Budget		
8	Plage critère 1	Enfants		
9	Critère 1	>0		
10	Plage critère 2	Sport		
11	Critère 2	Tennis		
13	Résultat	13 700		

Figure 14–18
Mise en œuvre de la fonction SOMME.SI.ENS

Prénom	Âge	Sport	Nb enfants	Budget vacances annuel
Jean	47	Tennis	2	10 000
Paul	24	Judo	1	1 000
Roger	36	Tennis		3 000
Albert	57	Natation	3	12 000
Felix	62	Natation	4	8 000
Michel	27	Natation		1 200
Georges	32	Judo		600
Simon	29	Tennis	2	700
Ernest	43	Tennis	1	3 000
Amelin	26	Judo		1 300

= 10 000 + 700 + 3 000 = 13 700

Figure 14–17 Les lignes sélectionnées par le critère (arguments 2, 3, 4 et 5) apparaissent sur un fond mauve.

Tableau 14–12 Sommes

Fonction	Description
SOMME . SI . ENS	Cette fonction suit la même logique que <i>SOMME.SI</i> , mais en autorisant l'emploi de plusieurs critères. Elle permet de faire la somme des valeurs d'une plage en omettant celles qui ne remplissent pas les critères exprimés à partir du deuxième argument. Dans la figure 14-17, on fait la somme des valeurs de la plage Budget uniquement lorsque la valeur correspondante de la plage Enfant est strictement supérieure à zéro et lorsque la valeur correspondante de la plage Sport est égale à tennis . Le résultat obtenu est le cumul des budgets de vacances pour les personnes jouant au tennis et ayant au moins un enfant.

Calculer des sous-totaux

Lorsque, dans un tableau, vous gérez plusieurs niveaux, la présence de totaux intermédiaires vous fait toujours courir le risque de compter les valeurs en double, voire en triple ! C'est ce que la fonction *SOUS.TOTAL* vous permet d'éviter. Même si les plages de calcul se recouvrent, à aucun moment vous ne risquerez ces cumuls intempestifs. La façon la plus simple d'intégrer des sous-totaux à un tableau est d'utiliser la commande *Données>Plan>Sous-total* (consultez le chapitre 5). Néanmoins, il peut être utile de savoir manipuler cette fonction indépendamment de la commande *Sous-total*.

ASTUCE Sous-totaux et plan

Si vous utilisez la commande *Données>Plan>Sous-total*, un plan est automatiquement installé avec les sous-totaux. Si ce plan vous dérange, cliquez sur n'importe quelle cellule du tableau, déroulez *Données>Plan>Dissocier* et sélectionnez *Effacer le plan*.

Tableau 14-13 Sommes

Fonction	Description
SOUS.TOTAL	Cette fonction fait la somme, la moyenne, le dénombrement (ou huit autres opérations statistiques) d'une ou plusieurs plages de cellules. Si on la compare aux fonctions SOMME ou MOYENNE, elle présente l'avantage d'introduire dans un tableau des calculs intermédiaires dont les résultats ne sont pas pris en compte dans les calculs généraux. Le tableau présenté figure 14-19 utilise des fonctions SOMME à mauvais escient. La formule entrée en E15 cumule non seulement les données initiales mais aussi les résultats intermédiaires, renvoyant une valeur qui est le double de ce qu'elle devrait être. Dans la figure 14-20, la fonction SOUS.TOTAL a été entrée en E5, E9, E14 et E15. La syntaxe des quatre fonctions est donnée en F5, F9, F14 et F15. La formule entrée en E15 réalise une somme (code 9 indiqué dans le premier argument) et cumule les valeurs de la plage E2:E14. Dans cet exemple, la fonction SOUS.TOTAL utilise deux arguments, mais elle pourrait en comporter davantage. Si le calcul doit, par exemple, porter sur trois plages de cellules, la fonction comprendra quatre arguments (le code de l'opération et les trois plages de cellules).

	A	B	C	D	E	F
	Prénom	Âge	Sport	Nb enfants	Budget vacances annuel	
1						
2	Paul	24	Judo	1	1 000	
3	Georges	32	Judo		600	
4	Amelin	26	Judo		1 300	
5			Total Judo		2 900	=SOMME(E2:E4)
6	Albert	57	Natation	3	12 000	
7	Felix	62	Natation	4	8 000	
8	Michel	27	Natation		1 200	
9			Total Natation		21 200	=SOMME(E6:E8)
10	Jean	47	Tennis	2	10 000	
11	Roger	36	Tennis		3 000	
12	Simon	29	Tennis	2	700	
13	Ernest	43	Tennis	1	3 000	
14			Total Tennis		16 700	=SOMME(E10:E13)
15			Total général		81 600	=SOMME(E2:E14)

Figure 14-19 Ce tableau illustre une utilisation maladroite de la fonction SOMME engendrant des dysfonctionnements facilement résolus par la mise en œuvre de la fonction SOUS.TOTAL.

1	2	3		A	B	C	D	E	F
				Prénom	Âge	Sport	Nb enfants	Budget vacances annuel	
			1						
			2	Paul	24	Judo	1	1 000	
			3	Georges	32	Judo		600	
			4	Amelin	26	Judo		1 300	
			5			Total Judo		2 900	=SOUS.TOTAL(9;E2:E4)
			6	Albert	57	Natation	3	12 000	
			7	Felix	62	Natation	4	8 000	
			8	Michel	27	Natation		1 200	
			9			Total Natation		21 200	=SOUS.TOTAL(9;E6:E8)
			10	Jean	47	Tennis	2	10 000	
			11	Roger	36	Tennis		3 000	
			12	Simon	29	Tennis	2	700	
			13	Ernest	43	Tennis	1	3 000	
			14			Total Tennis		16 700	=SOUS.TOTAL(9;E10:E13)
			15			Total général		40 800	=SOUS.TOTAL(9;E2:E13)

Figure 14-20 Mise en œuvre de la fonction SOUS.TOTAL

	B	C	D
2			AGREGAT
3	Syntaxe		=AGREGAT(D5;D6;Budget)
4	Arguments		
5	N° fonction		1
6	N° option		1
7	Référence		Budget
8	Résultat		4 080

Figure 14-21 Mise en œuvre de la fonction AGREGAT. L'argument Budget désigne la plage E2:E11 du tableau présenté figure 14-13. Le premier argument (1) indique qu'Excel calcule une moyenne et le deuxième argument (1) indique que ce calcul ignore les lignes masquées et les fonctions SOUS.TOTAL et AGREGAT imbriquées (voir la figure 14-23).

Fonctions particulières

Voici trois fonctions inclassables, qui permettent de régler des problèmes propres à Excel ou de répondre à des besoins spécifiques.

Fonctions statistiques et valeurs d'erreur

Les fonctions MOYENNE, NB, MIN, MAX, etc. réalisent des calculs statistiques sur des plages de cellules (voir le chapitre 15). Si des valeurs d'erreur se sont glissées dans ces plages, ces fonctions sont dans l'incapacité de renvoyer un résultat.

ATTENTION Compter ou non les cellules masquées

Le premier argument de la fonction indique le code de l'opération. Vous disposez de deux séries de codes. La première série (de 1 à 11) met en œuvre une fonction statistique (somme, moyenne, dénombrement, etc.) qui prend en compte toutes les valeurs référencées dans les arguments 2 à n de la fonction (cellules masquées incluses). La deuxième série (de 101 à 111) permet de réaliser les mêmes calculs, mais sans tenir compte des valeurs stockées dans les cellules masquées.

Par cellules masquées, on comprend les lignes que vous avez masquées à l'aide de la commande éponyme. Si des lignes se retrouvent masquées par l'application d'un filtre (voir le chapitre 5), les données correspondantes ne seront pas prises en compte dans le calcul, quelle que soit la série de codes utilisée.

Enfin, il faut savoir que la différence de comportement en fonction du code ne s'applique qu'aux lignes. Pour les colonnes, quelle que soit la nature du code, les données seront prises en compte qu'elles soient masquées ou non.

Figure 14-22

Deux séries de codes sont disponibles pour préciser le premier argument de la fonction SOUS.TOTAL.

Sélection de la fonction de calcul		
Intègre les valeurs masquées	Exclut les valeurs masquées	Fonction
1	101	MOYENNE
2	102	NB
3	103	NBVAL
4	104	MAX
5	105	MIN
6	106	PRODUIT
7	107	ECARTYPE
8	108	ECARTYPEP
9	109	SOMME
10	110	VAR
11	111	VAR.P

La fonction **AGREGAT** utilise un code (nombre entier compris entre 1 et 19) qui lui permet de jouer le rôle de dix-neuf fonctions statistiques différentes (voir la figure 14-23). En ignorant les erreurs, la fonction **AGREGAT** est capable de renvoyer un résultat, même à partir d'une plage « polluée ». L'utilisation de cette fonction permet donc de résoudre certains problèmes pouvant surgir à l'occasion d'une mise en forme conditionnelle, lorsque les barres de données, les jeux d'icônes et les nuances de couleurs sont incapables d'afficher une mise en forme pour cause d'erreurs dans les plages.

Tableau 14-14 Fonctions particulières

Fonction	Description
AGREGAT	La fonction AGREGAT permet de faire dix-neuf calculs statistiques différents (moyenne, somme, dénombrement, etc.). Elle utilise un nombre d'arguments variable. Le premier, un entier compris entre 1 et 19, représente le code de la fonction à utiliser (voir la figure 14-23). Le deuxième, un entier compris entre 1 et 7 précise la manière dont doivent être traités valeurs d'erreur, lignes masquées et calculs intermédiaires (voir également la figure 14-23). Les arguments suivants (en nombre variable) indiquent les références des plages contenant les valeurs faisant l'objet du calcul. La fonction réalise l'opération statistique précisée dans le premier argument sur les données indiquées dans le troisième argument et suivants.

N° fonctions		N° options
1 MOYENNE	11 VAR.P.N	<u>Ignore :</u>
2 NB	12 MEDIANE	0 fonctions SOUS.TOTAL et AGREGAT imbriquées
3 NBVAL	13 MODE.SIMPLE	1 lignes masquées et option 0
4 MAX	14 GRANDE.VALEUR	2 valeurs d'erreur et option 0
5 MIN	15 PETITE.VALEUR	3 lignes masquées, valeurs d'erreur et option 0
6 PRODUIT	16 CENTILE.INCLUDE	5 lignes masquées
7 ECARTYPE.STANDARD	17 QUARTILE.INCLUDE	6 valeurs d'erreur
8 ECARTYPE.PEARSON	18 CENTILE.EXCLUDE	7 lignes masquées et valeurs d'erreur
9 SOMME	19 QUARTILE.EXCLUDE	<u>N'ignore rien :</u>
10 VAR.S		4 N'ignore rien

Figure 14-23

Le tableau de gauche présente les dix-neuf codes à utiliser comme premier argument de la fonction AGREGAT. Le tableau de droite liste les huit options disponibles pour mener à bien son calcul (à indiquer dans le deuxième argument de la fonction).

Développements limités

En physique et en mathématiques, le développement limité d’une fonction F au voisinage d’un point est une approximation polynomiale de cette fonction en ce point. En physique, il est fréquent de confondre la fonction avec son développement limité, à condition que le reste soit inférieur à l’erreur autorisée. `SOMME.SERIES` permet de calculer des fonctions polynomiales.

Figure 14–24
Syntaxe de la fonction polynomiale
construite par `SOMME.SERIES`

$$a_1x^n + a_2x^{(n+m)} + a_3x^{(n+2m)} + \dots + a_ix^{(n+(i-1)m)}$$

Figure 14–25
Vecteur des coefficients. C’est sa taille qui détermine le
nombre de termes de la fonction polynomiale.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_i \end{bmatrix}$$

Tableau 14–15 Fonctions particulières

Fonction	Description
SOMME.SERIES	<code>SOMME.SERIES</code> calcule la fonction polynomiale présentée figure 14-24. Sa syntaxe est <code>SOMME.SERIES(x;n;m;A)</code> . x , n et m sont les trois premiers arguments de la fonction. Le quatrième est un vecteur (consultez le chapitre 7). Il correspond à la liste des coefficients a_1, a_2, \dots, a_i (voir la figure 14-25).

	A	B	C	D	E	F	G	H
2								
4	Syntaxe			=SOMME.SERIES(F7;F8;F9;E10:G10)				
6	Arguments							
7		x				5		
8		n				0		
9		m				1		
10	Coefficients				1	2	3	
12	Résultat						86,00	

Figure 14–26
Mise en œuvre de la fonction `SOMME.SERIES`

$$F(x) = 1x^{(0)} + 2x^{(0+1)} + 3x^{(0+2*1)}$$
$$= 1 + 2x + 3x^2$$

$$F(5) = 1 + 2*5 + 3*5^2$$
$$= 1 + 10 + 75 = 86$$

Figure 14–27 Fonction polynomiale utilisée
par l’exemple proposé figure 14-26 et son calcul pour $x=5$

L’un des exemples développés dans la deuxième section de ce chapitre utilise la fonction `SOMME.SERIE`.

Exprimer un nombre en chiffres romains

Tableau 14–16 Fonctions particulières

Fonction	Description
ROMAIN	Cette fonction convertit un entier compris entre 0 et 3 999 en chiffres romains. L’entier à convertir est indiqué dans le premier argument de la fonction. Elle effectue cette conversion selon le type d’écriture précisé dans le deuxième argument (ce dernier va de 1 à 4 impliquant une concision croissante).

	A	B	C	D	E	F	G
2				ROMAIN			
4	Syntaxe	=ROMAIN(D7;D8) =ROMAIN(E7;E8) =ROMAIN(F7;F8) =ROMAIN(G7;G8)					
6	Arguments						
7	Nombre		499	499	499	499	
8	Type		1	2	3	4	
10	Résultat		LDVLIV	XDIX	VDIV	ID	

Figure 14–28
Mise en œuvre de la fonction ROMAIN

Produits

La multiplication est l’une des quatre opérations de l’arithmétique élémentaire. Comme ses petites sœurs, elle peut être utilisée directement dans une formule grâce à l’opérateur *. Excel propose trois fonctions pour faciliter sa mise en œuvre. L’une d’elles permet de multiplier tous les termes d’une plage sans les détailler, l’autre facilite les élévations à la puissance et la dernière calcule les racines carrées.

Tableau 14–17 Produits

Fonction	Description
PRODUIT	Cette fonction calcule le produit des nombres décimaux contenus dans les plages spécifiées en argument. Sa syntaxe est =PRODUIT(X _i :X _j ; X _k :X _l ; ...).

Tableau 14–18 Produits

Fonction	Description
PUISSANCE	Cette fonction élève un nombre à une certaine puissance. Elle utilise deux arguments (nombres décimaux). Le premier est le nombre et le deuxième est la puissance. Pour faire ce calcul, Excel fournit également l’opérateur ^. Ainsi, =PUISSANCE(2 ; 3) peut aussi s’écrire =2^3, les deux formules renvoyant 8 (2 × 2 × 2).
RACINE	Cette fonction utilise un argument, un nombre décimal, dont elle renvoie la racine carrée.

	A	B	C	D	E	F	G
2				PRODUIT			
4	Syntaxe	=PRODUIT(D8:G8;D10:G10)					
6	Arguments						
8	Plage 1	2	6	5	8		
10	Plage 2	3	4	2	5		
12	Résultat	57 600					
14							
15	=D8*E8*F8*G8*D10*E10*F10*G10						

Figure 14–29 Mise en œuvre de la fonction PRODUIT. La formule donnée dans le cadre rouge explicite l’opération effectuée par cette fonction. Dans cet exemple, elle est calculée à partir de deux plages, mais elle pourrait en utiliser davantage.

	A	B	C	D	E
2				RACINE	PUISSANCE
4	Syntaxe			=RACINE(D7)	=PUISSANCE(E7;E8)
6	Arguments				
7		Nombre		1 764	42
8		Puissance			2
10	Résultat			42	1 764

Figure 14–30
Mise en œuvre des fonctions PUISSANCE et RACINE

HISTOIRE D'où viennent les logarithmes ?

Vers la fin du XVI^e siècle, le développement de l'astronomie, de la navigation et des calculs bancaires d'intérêts composés poussent les mathématiciens à mettre au point des méthodes de simplification des calculs et en particulier à chercher des relations entre des suites arithmétiques et des suites géométriques.

COMPRENDRE La constante e

La constante **e** est probablement la constante réelle la plus importante des mathématiques après π . Elle est égale à environ 2,71828182845904, soit la base du logarithme népérien. La fonction **EXP** est la réciproque de la fonction **LN**.

Exponentielles et logarithmes

L'objet d'une fonction logarithme est de transformer un produit en somme : $\text{Log}(a \times b) = \text{Log}(a) + \text{Log}(b)$. C'est la réciproque d'une fonction exponentielle. Les fonctions logarithme les plus connues sont le logarithme naturel ou népérien de base **e**, le logarithme décimal de base **10** très utilisé en physique et le logarithme binaire de base **2** très utilisé en informatique.

Dans les calculs numériques, le logarithme le plus pratique est le logarithme décimal. Ainsi :

- $\text{Log}(10) = 1$
- $\text{Log}(100) = \text{Log}(10 \times 10) = \text{Log}(10) + \text{Log}(10) = 1 + 1 = 2$
- $\text{Log}(1000) = \text{Log}(10^3) = 3 \times \text{Log}(10) = 3 \times 1 = 3$
- $\text{Log}(0,01) = \text{Log}(10^{-2}) = -2$
- etc.

La valeur du logarithme d'autres nombres que les puissances de **10** demande un calcul approché. **Log(2)** par exemple peut se faire à la main en remarquant que $2^{10} = 1024$, soit environ **1000**. Donc, **Log(2¹⁰)** est à peu près égal à **Log(1000)**. Ainsi, **10Log(2)** est à peu près égal à **3**, **Log(2)** vaut alors environ **3/10**, c'est-à-dire **0,3**.

Tableau 14-19 Exponentielles et logarithmes

Fonction	Description
EXP	Cette fonction n'utilise qu'un argument, un nombre décimal. Elle s'en sert pour élever la constante e à la puissance, et renvoyer le résultat de ce calcul. Pour élever à la puissance d'autres bases, utilisez l'opérateur ^ .
LN	Cette fonction utilise un argument, un nombre décimal, dont elle renvoie le logarithme népérien.
LOG10	Cette fonction utilise un argument, un nombre décimal, dont elle renvoie le logarithme en base 10.

	A	B	C	D	E	F
2				EXP	LN	LOG10
4	Syntaxe		=EXP(D7)	=LN(E7)		=LOG10(F7)
6	Arguments					
7	Nombre	3,00		20,09		2,00
9	Résultat		20,09		3,00	0,30

Figure 14-31 Mise en œuvre des fonctions EXP, LN et LOG10. Ayant utilisé les mêmes valeurs pour les fonctions EXP et LN, on constate bien que l'une est la réciproque de l'autre. Le calcul de LOG10(2) renvoie une valeur qui correspond à l'approximation proposée un peu plus haut.

	A	B	C	D
2				LOG
4	Syntaxe		=LOG(D7;D8)	
6	Arguments			
7	Nombre		2	
8	Base		10	
10	Résultat			0,30

Figure 14-32 Mise en œuvre de la fonction LOG. Ayant indiqué 10 en deuxième argument et 2 en premier argument, le calcul effectué ici est équivalent à LOG10(2).

Tableau 14–20 Exponentielles et logarithmes

Fonction	Description
LOG	Cette fonction utilise deux arguments (nombres décimaux). Le second argument, lui, sert à savoir dans quelle base elle doit calculer le logarithme du nombre indiqué dans le premier argument. Si vous ne précisez pas le deuxième argument, la fonction renvoie le logarithme en base 10.

Calculs matriciels

En mathématiques, « linéaire » signifie « du premier degré ». La résolution d’une équation du premier degré à une inconnue ou d’un système de n équations à n inconnues correspond à un calcul d’algèbre linéaire. Dès que ces calculs deviennent trop compliqués pour être effectués séparément, ils peuvent être traités « en bloc » grâce à un outil mathématique introduit vers 1850 par James Joseph Sylvester : les matrices, dont la théorie a été établie par Hamilton et Cayley.

Rappel Bien valider
les formules matricielles

N’oubliez pas que vous devez valider ces fonctions en pressant simultanément les touches **Ctrl+Maj+Entrée**. Consultez le chapitre 6 pour consolider vos connaissances en matière de calcul matriciel.

Définition Matrice carrée

Une matrice carrée a un nombre de lignes et de colonnes identique.

Définition Matrice inverse

Le produit d’une matrice par son inverse est égal à la matrice identité, c’est-à-dire une matrice carrée qui a des 1 sur sa diagonale et des 0 partout ailleurs.

Tableau 14–21 Calculs matriciels

Fonction	Description
PRODUITMAT	Cette fonction utilise deux arguments, deux matrices, dont elle renvoie le produit matriciel. Le résultat est une matrice comportant le même nombre de lignes que le premier argument et le même nombre de colonnes que le second.

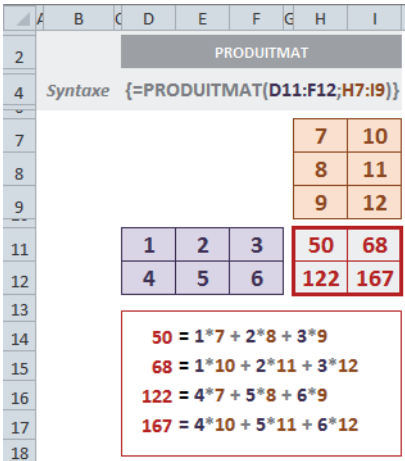


Figure 14–33
Mise en œuvre de la fonction PRODUITMAT. Elle a été entrée dans la plage H11:I12 et validée en pressant simultanément les touches **Ctrl+Maj+Entrée**. Pour information, on a indiqué, tout en bas, les calculs menés par Excel pour renvoyer la matrice résultat.

Tableau 14-22 Calculs matriciels

Fonction	Description
DETERMAT	Cette fonction utilise un argument, une matrice carrée, dont elle renvoie le déterminant. Il n'est pas nécessaire de la valider avec les touches <i>Ctrl+Maj+Entrée</i> . Si l'utilisateur distrait spécifie une matrice non carrée, <i>DETERMAT</i> renvoie la valeur d'erreur #VALEUR!.

Tableau 14-23 Calculs matriciels

Fonction	Description
INVERSEMAT	Cette fonction utilise un argument, une matrice carrée, dont elle renvoie la matrice inverse. Pour mener à bien le calcul d'une matrice inverse, il faut diviser chaque élément de calcul par le déterminant de la matrice. Aussi, les matrices carrées dont le déterminant est égal à 0 ne peuvent pas être inversées. Si l'utilisateur distrait spécifie une matrice non carrée, <i>INVERSEMAT</i> renvoie une matrice remplie des valeurs d'erreur #VALEUR!.

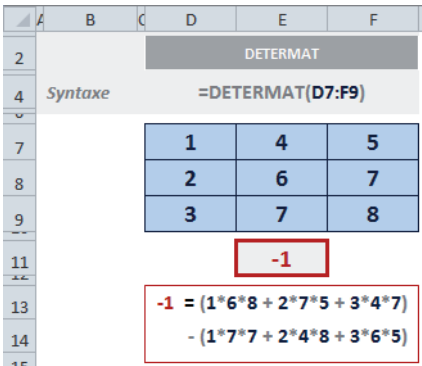


Figure 14-34 Mise en œuvre de la fonction DETERMAT. Elle a été entrée dans la cellule E11. Pour information, on a indiqué, tout en bas, les calculs menés par Excel pour renvoyer le déterminant.

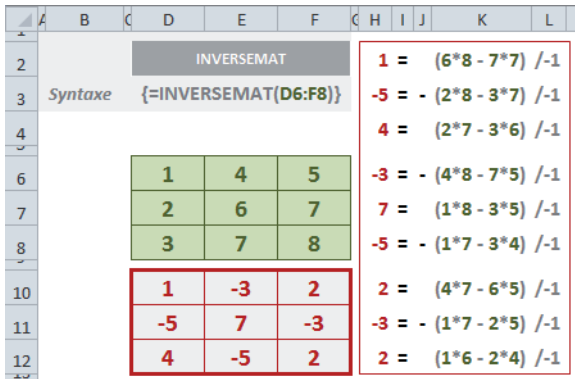


Figure 14-35 Mise en œuvre de la fonction INVERSEMAT. Elle a été entrée dans la plage D10:F12 et validée en pressant simultanément les touches *Ctrl+Maj+Entrée*. Pour information, on a indiqué à droite les calculs menés par Excel pour renvoyer la matrice inverse.

Les fonctions *SOMME.X2MY2*, *SOMME.X2PY2* et *SOMME.XMY2* correspondent à des calculs courants dans le domaine statistique. D'autre part, elles renvoient une valeur unique et il n'est pas nécessaire de les valider avec les touches *Ctrl+Maj+Entrée*.

Tableau 14-24 Calculs matriciels

Fonction	Description
SOMME.X2MY2	Cette fonction utilise deux arguments, deux matrices, dont elle renvoie la somme de la différence des carrés. Il faut que les deux matrices aient le même nombre de valeurs.
SOMME.X2PY2	Cette fonction utilise deux arguments, deux matrices, dont elle renvoie la somme de la somme des carrés. Il faut que les deux matrices aient le même nombre de valeurs.
SOMME.XMY2	Cette fonction utilise deux arguments, deux matrices, dont elle renvoie la somme des carrés des différences. Il faut que les deux matrices aient le même nombre de valeurs.

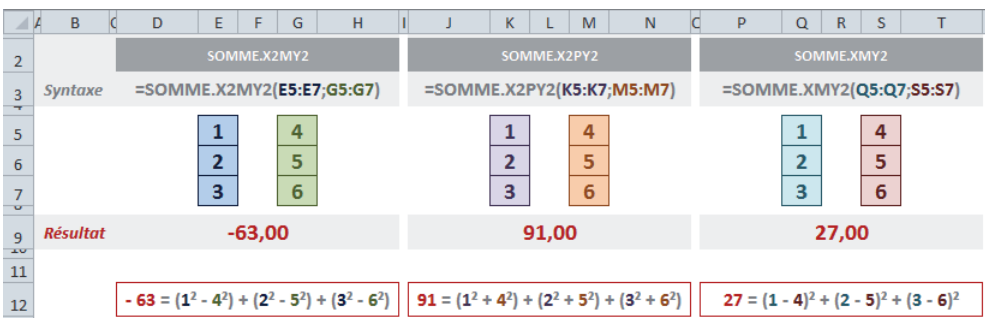


Figure 14–36
Mise en œuvre des fonctions X2MY2, X2PY2 et XMY2. Pour information, on a indiqué, tout en bas, les calculs menés par Excel pour renvoyer les résultats.

Tableau 14–25 Calculs matriciels

Fonction	Description
SOMME.CARRES	Cette fonction utilise un nombre variable d'arguments, suivant les données à intégrer au calcul. Elle élève au carré toutes les valeurs rencontrées dans les diverses plages et en renvoie la somme.
SOMMEPROD	Cette fonction utilise un nombre variable d'arguments, selon les vecteurs à intégrer au calcul. En fonction du nombre d'arguments, elle fait les produits deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, et ainsi de suite, et renvoie la somme de ces produits. Les matrices spécifiées dans les divers arguments doivent donc avoir la même dimension.

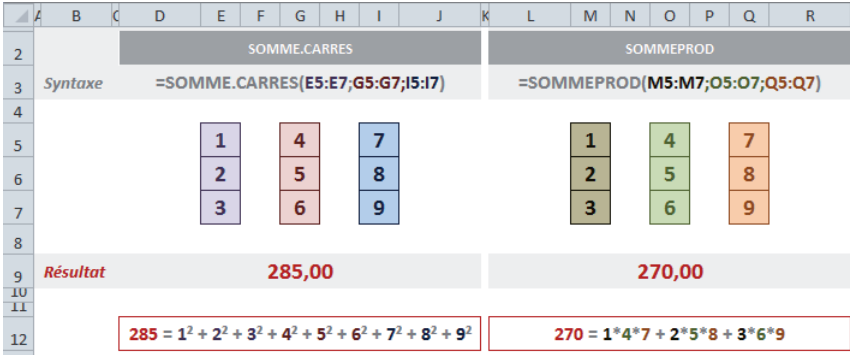


Figure 14–37
Mise en œuvre des fonctions SOMME.CARRES et SOMMEPROD. Pour information, on a indiqué, tout en bas, les calculs menés par Excel pour renvoyer les résultats.

Probabilités

L'étude des probabilités a connu de nombreux développements au cours des trois derniers siècles. En travaillant sur le caractère aléatoire et en partie imprévisible de certains phénomènes, les mathématiciens ont développé une théorie qui a eu des implications dans des domaines aussi variés que la météorologie, la finance ou la chimie.

La probabilité (du latin *probabilitas*) est une évaluation du caractère probable d'un évènement. La probabilité d'un évènement est un nombre réel compris entre 0 et 1. Plus ce nombre est grand, plus l'évènement a de chance de se produire. On dit que deux évènements sont indépendants lorsque le fait de connaître le résultat du premier évènement ne nous aide pas pour prévoir le second, et inversement.

Factorielles

COMPRENDRE Factorielle et factorielle double d'un nombre n

La factorielle d'un entier positif n , notée $n!$, est le produit $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$. Les factorielles sont fréquemment utilisées dans les calculs de probabilités (voir un peu plus loin, les formules de calcul des combinaisons et des arrangements).
La factorielle double d'un nombre n (notée $n!!$)
 $= n \times (n-2) \times \dots \times 4 \times 2$ si le nombre est pair et
 $n \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 1$ si le nombre est impair.

ANECDOTE Retrouver la constante e

La somme de 0 à l'infini des inverses des factorielles donne la constante e :
 $1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots + 1/n! = 2,7182818\dots$

Tableau 14-26 Probabilités

Fonction	Description
FACT	Cette fonction utilise un argument, un entier, dont elle renvoie la factorielle. Si un utilisateur distrait indique un nombre décimal, Excel le tronque à sa valeur entière.
FACTDOUBLE	Cette fonction utilise un argument, un entier, dont elle renvoie la factorielle double. Si un utilisateur distrait indique un nombre décimal, Excel le tronque à sa valeur entière.

	A	B	C	D	E	F
2				FACT		FACTDOUBLE
3		Syntaxe		=FACT(D6)		=FACTDOUBLE(F6)
5		Arguments				
6		Entier		7		7
7		Résultat		5 040		105
8						
9				7! = 7*6*5*4*3*2*1		7!! = 7*5*3*1

Figure 14-38

Mise en œuvre des fonctions FACT et FACTDOUBLE. Pour information, on a indiqué tout en bas les calculs menés par Excel pour renvoyer les résultats.

Valeurs aléatoires

Tableau 14-27 Probabilités

Fonction	Description
ALEA.ENTRE.BORNES	Cette fonction renvoie une valeur entière aléatoire comprise entre les deux nombres entiers (plancher et plafond), précisés en arguments.
ALEA	Cette fonction renvoie un nombre réel aléatoire compris entre 0 et 1. Elle n'utilise pas d'argument.

	A	B	C	D	E
2				ALEA.ENTRE.BORNES	ALEA
3		Syntaxe		ALEA.ENTRE.BORNES(D5;D6)	=ALEA()
4		Arguments			
5		Plancher		0	
6		Plafond		20	
7		Résultat		4	0,939428069

Figure 14-39

Mise en œuvre des fonctions ALEA.ENTRE.BORNES et ALEA

Combinaisons et arrangements

Au même titre que les factorielles, les combinaisons et les arrangements sont des notions de base en probabilités. Supposons que nous choissions k éléments parmi n , et que nous souhaitions connaître le nombre de possibilités dont nous disposons pour faire ce choix. On démontre aisément que si l'on tient compte de l'ordre dans lequel on a choisi les k éléments, le résultat correspond au nombre d'arrangements de k dans n , dont la formule est donnée figure 14-40. Si l'on ne tient pas compte de cet ordre, le résultat correspond au nombre de combinaisons dont la formule est également donnée figure 14-40.

En appliquant les formules de calcul données figure 14-40, on a bien :

- $5! / (5 - 2)! = 120 / 6 = 20$ arrangements,
- $5! / (2! * (5 - 2)!) = 120 / (2 * 6) = 120 / 12 = 10$ combinaisons.

Tableau 14–28 Probabilités

Fonction	Description
COMBIN	Cette fonction utilise deux arguments, deux nombres entiers. Le premier argument représente le nombre d'éléments total, et le second le nombre d'éléments choisis. À partir de ces deux valeurs, la fonction renvoie le nombre de combinaisons.

	A	B	C	D	E
2				COMBIN	ARRANGEMENTS
3	Syntaxe			=COMBIN(D5;D6)	=COMBIN(E5;E6)*FACT(E6)
4	Arguments				
5	Nb éléments			5	5
6	Éléments choisis			2	2
7	Résultat			10	20

Figure 14–41

Calcul du nombre de combinaisons avec la fonction COMBIN et raisonnement permettant de déduire le nombre d'arrangements

Fonction multinomiale

Tableau 14–29 Probabilités

Fonction	Description
MULTINOMIALE	Cette fonction renvoie le rapport de la factorielle de la somme sur le produit des factorielles. Le nombre de valeurs sur lesquelles le calcul est fait n'est pas fixe. Les arguments peuvent désigner des valeurs isolées comme des plages de cellules.

Combinaisons et arrangements de $k = 2$ dans $n = 5$

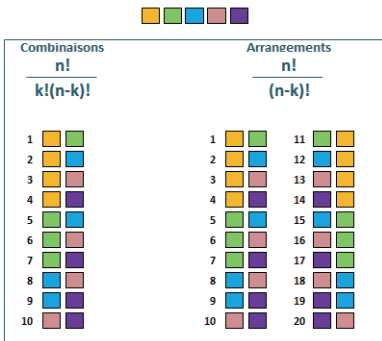


Figure 14–40 Choix de deux éléments parmi cinq (symbolisés par les carrés de couleur). Si l'on tient compte de l'ordre dans lequel on a choisi les deux éléments, on a 20 choix possibles, si l'on n'en tient pas compte, le nombre de possibilités est réduit à 10.

$$\frac{(\sum_{i=1}^n a_i)!}{\prod_{i=1}^n a_i!}$$

Figure 14–42

Formule de la fonction MULTINOMIALE

Figure 14-43
Mise en œuvre de la fonction MULTINOMIALE

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R														
2			MULTINOMIALE																													
3		Syntaxe	MULTINOMIALE(J5:J7)																													
4		Arguments																														
5			a_1														2															
6			a_2														3															
7			a_3														4															
8		Résultat	1 260																													
10			$\frac{(a_1 + a_2 + a_3)!}{a_1! * a_2! * a_3!} = \frac{(2+3+4)!}{2!*3!*4!} = \frac{9!}{2*6*24} = \frac{362\,880}{288}$																													
11																																

HISTOIRE Origines de la trigonométrie

La trigonométrie (étymologiquement « mesure des triangles ») a été inventée par les astronomes grecs pour calculer les éléments d'un triangle (ses angles et ses côtés). Elle a conduit à associer à chaque angle des grandeurs appelées rapports trigonométriques ou fonctions circulaires.

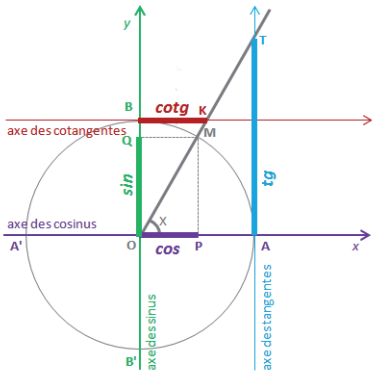


Figure 14-44 On appelle fonctions circulaires de l'arc X les nombres réels qui constituent les mesures algébriques des segments OP, OQ, AT et BK. Ces nombres sont appelés respectivement le cosinus, le sinus, la tangente et la cotangente de l'arc X.

Fonctions circulaires

Les fonctions circulaires sont massivement utilisées en mathématiques (trigonométrie, étude des triangles, des cercles, etc.) et en physique pour modéliser des phénomènes périodiques (ondes électromagnétiques, lumière, traitement du signal, etc.).

	A	B	C	D	E	F	G	H
2				PI		DEGRES		RADIANS
3		Syntaxe		=PI()		=DEGRES(F5)		=RADIANS(H5)
4		Arguments						
5		Angle	1,047197551				60	
6		Résultat	3,1416		60		1,0472	
7								
8			60 = F5 * 180 / PI()				1,0472 = H5 * PI() / 180	

Figure 14-45 Mise en œuvre des fonctions PI, DEGRES et RADIANS. Pour information, on a donné en clair, en bas du tableau, les formules qui permettent de passer des radians aux degrés et inversement.

Tableau 14-30 Fonctions circulaires

Fonction	Description
PI	Cette fonction ne prend aucun argument. Elle renvoie la valeur 3,14159265358979, approximation de la constante mathématique π , avec une précision de 15 décimales.
DEGRES	Cette fonction utilise un argument : un angle exprimé en radians. Elle renvoie une valeur correspondant à sa conversion en degrés.
RADIANS	Cette fonction utilise un argument : un angle exprimé en degrés. Elle renvoie une valeur correspondant à sa conversion en radians.

RAPPEL Relations entre les fonctions

- $Tg\ x = \sin\ x / \cos\ x$
- $cotg\ x = \cos\ x / \sin\ x = 1 / tg\ x$.

Toutes les fonctions présentées ici nécessitent un angle exprimé en radians. Si vous partez d'un angle mesuré en degrés, multipliez-le par $PI()/180$ ou utilisez la fonction **RADIANS** pour le convertir en radians.

COMPRENDRE Mesure des angles

Un angle, dans le plan, est une partie du plan limitée par deux demi-droites qui ont une origine commune, appelée sommet de l'angle. Les demi-droites constituent les côtés de l'angle. Il est commode d'associer la mesure d'un angle dont le sommet coïncide avec le centre d'un cercle à celle d'un arc de cercle intercepté par les côtés de cet angle.

L'angle au centre interceptant un arc égal au quart de la circonférence est un angle droit. L'angle au centre interceptant la moitié de la circonférence est un angle plat.

Le degré est la 90^e partie d'un angle droit. On a donc un angle droit = 90° et un angle plat = 180°. La division en degrés est commode car le cercle se prête facilement à une division sexagésimale. En construisant six arcs consécutifs dont la corde (en bleu sur la figure 14-46) est égale au rayon, on partage le cercle en six parties égales qui sont six arcs de 60° chacun.

Dans les problèmes théoriques, on mesure les angles en radians. Étant donné un cercle de rayon R , un arc de longueur L a pour mesure $L = R * X_{rd}$ (le rayon que multiplie l'angle exprimé en radians). Si l'on choisit de rapporter les angles à un cercle de rayon $R = 1$ mètre, un arc de cercle de longueur 1 mètre sur ce cercle aura donc pour mesure 1 radian. Ainsi, la circonférence (360°) dont la longueur est $2\pi \times 1 = 2\pi$ mètres, mesure donc en radians 2π radians. On a donc $180^\circ = \pi$ radians, $90^\circ = \pi/2$ radians, $60^\circ = \pi/3$ radians et $30^\circ = \pi/6$ radians.

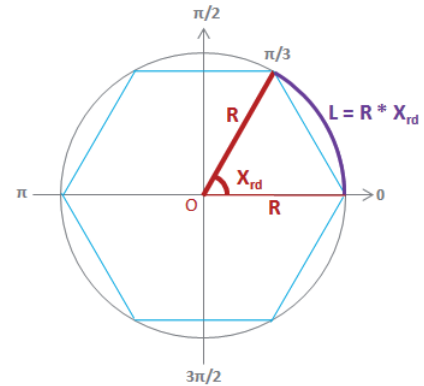


Figure 14-46 Angles remarquables et mesure de la longueur d'un arc à partir d'un angle exprimé en radians

Tableau 14-31 Fonctions circulaires

Fonction	Description
COS	Cette fonction utilise un argument : un angle exprimé en radians. Elle renvoie son cosinus.
SIN	Cette fonction utilise un argument : un angle exprimé en radians. Elle renvoie son sinus.
TAN	Cette fonction utilise un argument : un angle exprimé en radians. Elle renvoie sa tangente.

Tableau 14-32 Fonctions circulaires

Fonction	Description
RACINE.PI	Cette fonction renvoie la racine carrée du produit de π par le nombre décimal précisé dans l'argument.

	A	B	C	D	E	F
2				COS	SIN	TAN
3	Syntaxe	=COS(D5)		=SIN(E5)		=TAN(F5)
4	Arguments					
5	Angle	1,047197551		1,047197551		1,047197551
6	Résultat	0,5000		0,8660		1,7321

Figure 14-47
Mise en œuvre des fonctions COS, SIN et TAN

	A	B	C	D	E	F	G	H
2				RACINE.PI		RACINE.PI		RACINE.PI
3	Syntaxe			=RACINE.PI(D5)		=RACINE.PI(F5)		=RACINE.PI(H5)
4	Arguments							
5	Nombre			1,50		2,00		3,00
6	Résultat			2,17		2,51		3,07
7								
8				2,17 = RACINE(PI())*D5		2,51 = RACINE(PI())*F5		3,07 = RACINE(PI())*H5

Figure 14-48 Mise en œuvre de la fonction RACINE.PI. Pour information, on a indiqué sous le tableau le calcul effectué par la fonction pour chaque valeur.

Les fonctions trigonométriques ne sont pas bijectives. Par exemple, 0,5 est le cosinus d'un angle de 60° ($\pi/3$), mais aussi celui d'un angle de -60° ($-\pi/3$), ou encore d'un angle de 420° ($7\pi/3$), et ainsi de suite. De

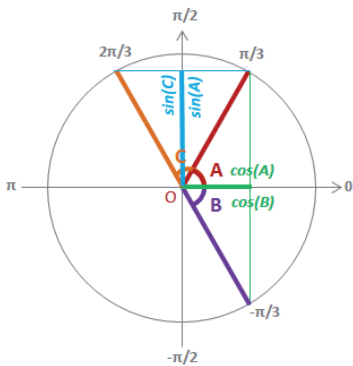


Figure 14-49 Pour que les fonctions trigonométriques soient bijectives et que l'on puisse considérer leurs réciproques sans ambiguïté, on les définit sur des intervalles restreints ($[0, \pi]$ pour la fonction \cos et $[-\pi/2, \pi/2]$ pour la fonction \sin).

même, les angles $\pi/3$ et $-\pi/3$ ont un sinus identique. En restreignant la fonction \cos à l'intervalle $[0, \pi]$, la fonction \sin à l'intervalle $[-\pi/2, \pi/2]$ et la fonction tg à l'intervalle $]-\pi/2, \pi/2[$, elles réalisent des bijections. Les fonctions trigonométriques réciproques partent donc d'un nombre décimal, et renvoient l'angle en radians correspondant à l'intérieur des intervalles précisés ci-dessus.

Figure 14-50
Mise en œuvre des fonctions ACOS et ASIN. Le résultat est un angle en radians. Dans les cellules D7 et E7, on a entré les formules =DEGRES(D6) et =DEGRES(E6) pour obtenir leur équivalent en degrés.

	A	B	C	D	E
2				ACOS	ASIN
3	Syntaxe			=ACOS(D5)	=ASIN(E5)
4	Arguments				
5	Nombre			0,5000	0,8660
6	Résultat			1,0472 rd	1,0472 rd
7	en °			60 °	60 °

Tableau 14-33 Fonctions circulaires

Fonction	Description
ACOS	Cette fonction renvoie l'arc cosinus du nombre décimal précisé en argument. Le résultat est un angle exprimé en radians, compris entre 0 et π . Le cosinus de cet angle correspond à la valeur indiquée dans l'argument.
ASIN	Cette fonction renvoie l'arc sinus du nombre décimal précisé en argument. Le résultat est un angle exprimé en radians, compris entre $-\pi/2$ et $\pi/2$. Le sinus de cet angle correspond à la valeur indiquée dans l'argument.

Tableau 14-34 Fonctions circulaires

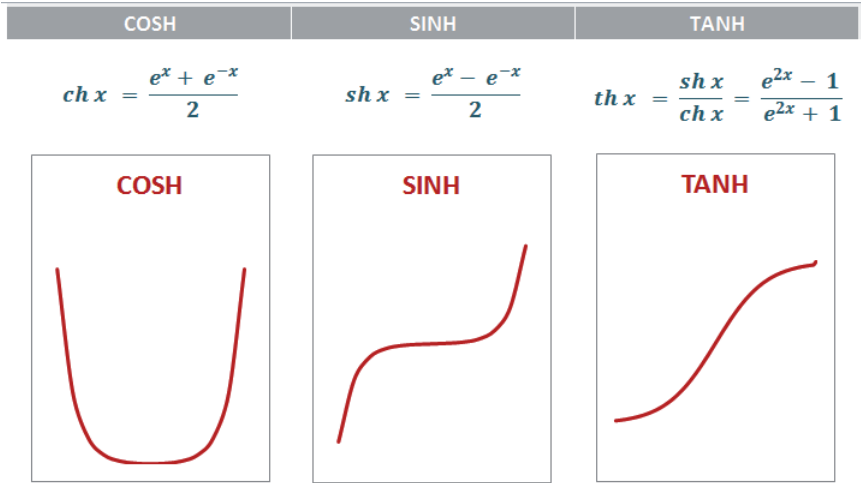
Fonction	Description
ATAN	Cette fonction renvoie l'arc tangente du nombre décimal précisé en argument. Le résultat est un angle exprimé en radians, compris entre $-\pi/2$ et $\pi/2$. La tangente de cet angle correspond à la valeur indiquée dans l'argument.
ATAN2	Cette fonction utilise deux arguments : un couple de coordonnées x et y , x représentant le cosinus d'un angle et y son sinus. Cette fonction renvoie l'angle en radians (compris entre $-\pi$ et π) passant par ce couple de coordonnées. Dans l'exemple proposé, on a bien 0,5 qui est le cosinus de l'angle 60° et 0,866 qui est son sinus. La fonction ATAN2(0,5;0,866) donne bien comme résultat 1,0472, qui, converti en degrés, donne 60.

Figure 14-51
Mise en œuvre des fonctions ATAN et ATAN2. Le résultat est un angle en radians. Dans les cellules D8 et H8, on a entré les formules =DEGRES(D7) et =DEGRES(H7) pour obtenir leur équivalent en degrés.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2				ATAN				ATAN2
3	Syntaxe			=ATAN(D5)	Syntaxe			=ATAN2(H5;H6)
4	Arguments				Arguments			
5	Nombre			1,732050808	x (cos)			0,5
6					y (sin)			0,866025404
7	Résultat			1,0472 rd	Résultat			1,0472 rd
8	en °			60 °	en °			60 °

Fonctions hyperboliques

Ces fonctions sont fréquemment utilisées en mathématiques et en physique. La fonction cosinus hyperbolique, par exemple, intervient dans la définition de la chaînette (forme que prend un câble suspendu à ses extrémités et soumis à son propre poids).



HISTOIRE Les fonctions hyperboliques

Les fonctions hyperboliques ont été inventées par le jésuite Vincenzo Riccati dans les années 1760 alors qu’il cherchait à calculer l’aire sous l’hyperbole d’équation $x^2 - y^2 = 1$. La méthode géométrique qu’il employa alors était très similaire à celle que l’on peut utiliser pour calculer l’aire d’un cercle d’équation $x^2 + y^2 = 1$. Le calcul de l’aire du cercle fait intervenir les fonctions trigonométriques classiques que Riccati nommait cosinus et sinus circulaires. Par analogie, il appela alors les fonctions qu’il venait de créer cosinus et sinus hyperboliques.

Figure 14–52
Définition et représentation graphique des trois fonctions hyperboliques proposées par Excel

Tableau 14–35 Fonctions hyperboliques

Fonction	Description
COSH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal compris entre -709 et 709 (limite d'Excel) et renvoie son cosinus hyperbolique.
SINH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal compris entre -709 et 709 (limite d'Excel) et renvoie son sinus hyperbolique.
TANH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal quelconque et renvoie sa tangente hyperbolique.

	B	C	D	E	F
2			COSH	SINH	TANH
3	Syntaxe		=COSH(D5)	=SINH(E5)	=TANH(F5)
4	Arguments				
5	Nombre	1,00	2,00	3,00	
6	Résultat	1,54	3,63	1,00	

Figure 14–53
Mise en œuvre des fonctions COSH, SINH et TANH

Excel offre les trois fonctions hyperboliques inverses *ACOSH*, *ASINH* et *ATANH*.

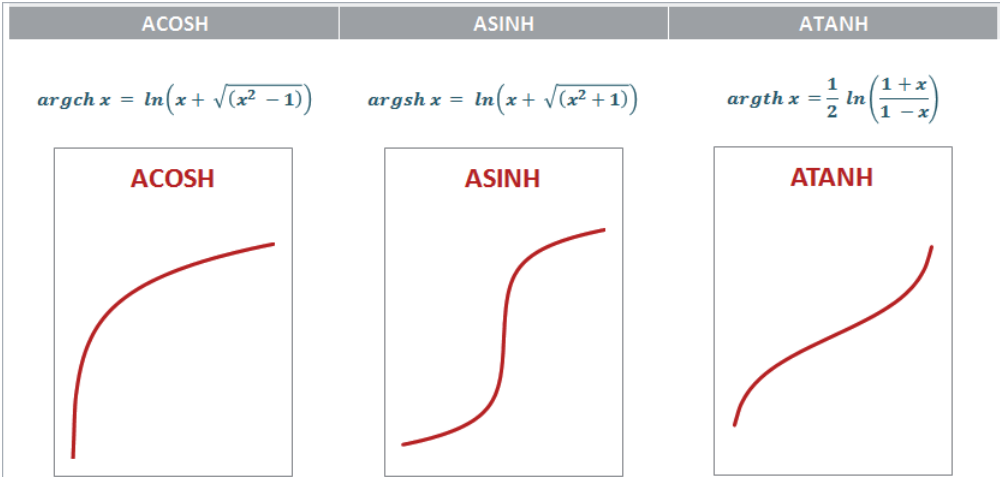


Figure 14-54
Définition et représentation
graphique des trois fonctions
hyperboliques inverses proposées
par Excel

Tableau 14-36 Fonctions hyperboliques inverses

Fonction	Description
ACOSH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal supérieur ou égal à 1, et renvoie son cosinus hyperbolique inverse.
ASINH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal quelconque, et renvoie son sinus hyperbolique inverse.
ATANH	Cette fonction utilise un argument : un nombre décimal compris strictement entre -1 et 1, et renvoie sa tangente hyperbolique inverse.

	B	C	D	E	F
2			ACOSH	ASINH	ATANH
3	Syntaxe		=ACOSH(D5)	=ASINH(E5)	=ATANH(F5)
4	Arguments				
5	Nombre		1,54	3,63	1,00
6	Résultat		1,00	2,00	3,00

Figure 14-55
Mise en œuvre des fonctions
ACOSH, ASINH et ATANH

Deux exemples d'utilisation des fonctions mathématiques

Pour mieux comprendre comment mettre en œuvre les fonctions mathématiques, voici deux exemples d'application. Le premier met à contribution le calcul matriciel pour résoudre facilement un système de 4 équations à 4 inconnues, et le second crée un développement limité de la fonction e^x au voisinage de zéro.

Résolution d'un système de 4 équations à 4 inconnues

À l'aide des matrices, on peut résoudre facilement les systèmes de n équations à n inconnues. Par exemple, le système de 4 équations à 4 inconnues présenté dans le coin supérieur gauche de la figure 14-56 peut être considéré comme le produit des deux matrices A et X dont le résultat donne la matrice B (les parties droites des équations). On a donc l'égalité $A * X = B$.

Résolution d'un système de 4 équations à 4 inconnues par le calcul matriciel

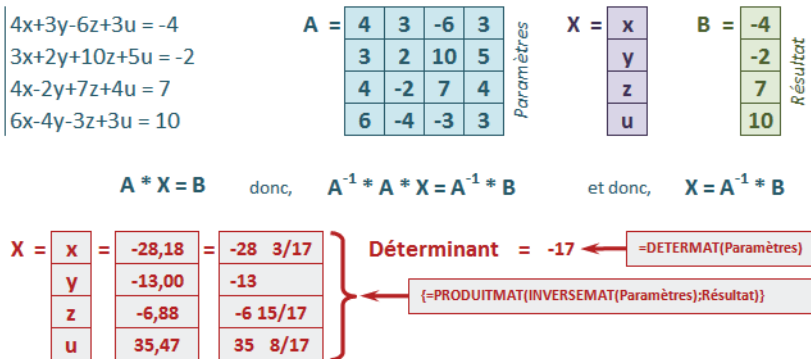


Figure 14-56

Le résultat du système de 4 équations à 4 inconnues est présenté sous deux formes : sa forme décimale et sa forme fractionnaire.

Si l'on note A^{-1} la matrice inverse de A , on peut en déduire que $A^{-1} * A * X = A^{-1} * B$, et $A^{-1} * A$ étant égal à la matrice identité, on a finalement $X = A^{-1} * B$.

Le calcul de l'inverse d'une matrice n'étant possible que lorsque son déterminant est non nul, on a utilisé *DETERMAT* pour trouver sa valeur, 17. Le calcul est donc possible... et immédiat, puisqu'Excel fournit tout ce dont on a besoin. La formule utilisée pour résoudre ce problème est présentée dans un cartouche rouge sur fond gris, en bas de la figure. Pour entrer cette formule, il faut sélectionner quatre cellules contiguës dans une même colonne, entrer la formule, et surtout ne pas oublier de la valider en pressant simultanément les touches *Ctrl+Maj+Entrée*.

Développement limité

La syntaxe du développement limité de la fonction e^x au voisinage de zéro est donnée dans le coin supérieur gauche de la figure 14-57.

Dans le tableau bleu situé à droite de la figure, on trouve tout d'abord la colonne x contenant les valeurs pour lesquelles le calcul doit être fait. La colonne suivante utilise *EXP* pour calculer les valeurs de la fonction e^x . Dans celle d'après, on trouve la fonction *SOMME.SERIE* avec les paramètres 0 et 1, ainsi que les coefficients de la plage K2:K6 pour cal-

culer l'approximation polynomiale. Enfin, la dernière colonne sert simplement à vérifier qu'en construisant nous-mêmes la fonction polynomiale, on obtient bien les mêmes résultats qu'avec *SOMME.SERIE*.

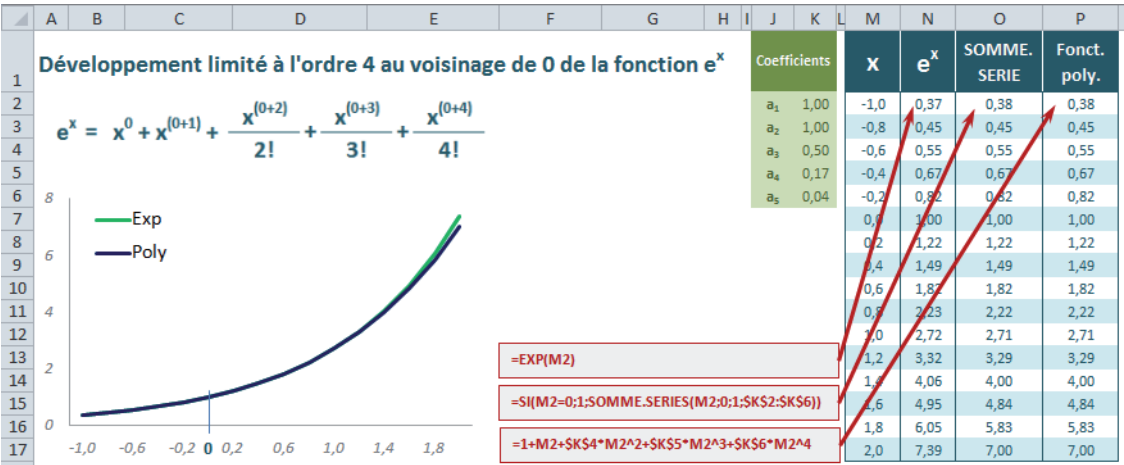


Figure 14-57 La représentation graphique de la fonction e^x et de son approximation polynomiale au voisinage de zéro montre une très grande similarité entre les deux courbes.

Du côté des statisticiens

15

Même si vous n'êtes pas statisticien, vous manipulez en permanence des concepts statistiques : salaire moyen, taux de rendement, espérance de vie et autres litanies récurrentes qu'égrenent vos flashes d'information quotidiens.

SOMMAIRE

- ▶ Dénombrement
- ▶ Tendance centrale
- ▶ Dispersion
- ▶ Corrélation
- ▶ Régression
- ▶ Distributions théoriques
- ▶ Tests statistiques
- ▶ Intervalles de confiance

MOTS-CLÉS

- ▶ Asymétrie
- ▶ Centile
- ▶ Corrélation
- ▶ Dénombrement
- ▶ Écart-type
- ▶ Fréquence
- ▶ Intervalle de confiance
- ▶ Khi-deux
- ▶ Kurtosis
- ▶ Loi binomiale
- ▶ Loi de Fisher
- ▶ Loi de Student
- ▶ Loi Gamma
- ▶ Loi normale
- ▶ Médiane
- ▶ Mode
- ▶ Moyenne
- ▶ Population
- ▶ Probabilité
- ▶ Quartile
- ▶ Régression
- ▶ Variable
- ▶ Variance

Parmi les 400 fonctions de calcul, la catégorie « Statistiques » est la plus volumineuse (à elle-seule, elle en réunit une centaine !)... sans compter les 40 fonctions statistiques supplémentaires (en doublon des premières) qui ne sont là que pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures d'Excel.

Dans les deux premières sections de ce chapitre, nous en présenterons la moitié. Leur rôle principal est la mise à disposition de toute une série d'indices (moyenne, écart-type, etc.) dont l'objet est de mieux appréhender la structure des données étudiées. Dans la troisième section, nous exposons l'autre moitié. À cette occasion, nous aborderons une douzaine de distributions théoriques. Basés sur des modèles mathématiques sophistiqués, ces outils statistiques s'adressent clairement à des utilisateurs avertis.

Tendance centrale et dispersion

Pour aborder les premières fonctions de ce chapitre, nous allons utiliser un tableau réunissant les notes obtenues par 25 élèves dans cinq matières sur trois trimestres (figure 15-1). En termes statistiques, on parle d'une population de 25 individus (n) pour lesquels on dispose de 15 variables quantitatives.

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1			Maths			Physique			Français			Histoire			Langues							
2	Nom	Prénom	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3		
3	ATIER	Modeste	7	5	6	6	4	7	14	13	15	15	14	14	14	12	13					
4	BAYON	Basile	19	17	18	17	15	16	12	13	12	11	10	11	13	12	10					
5	BEDAS	Genevieve	20	18	17	19	17	19	16	13	14	15	15	14	14	16	13					
6	BERTHIER	Edouard	11	10	11	10	9	10	11	11	11	10	11	12	11	9	11					
7	CAFU	Melaine	19	18	18	17	17	17	Abs	13	14	15	15	12	16	Abs	13					
8	CANTREL	Raymond	12	11	11	11	9	10	13	12	12	11	9	9	10	10	10					
9	DUPONT	Nina	14	11	15	12	10	14	14	11	14	15	12	15	14	13	16					
10	DURAND	Rémi	11	12	14	8	8	12	6	4	9	7	6	8	9	7	7					
11	FATEU	Marcel	7	8	9	6	9	10	5	4	11	8	7	9	9	9	7					
12	FROUIN	Roseline	2	3	6	Abs	4	7	13	15	14	14	11	12	10	11	9					
13	GRENADA	Marius	11	11	12	13	8	14	12	7	13	10	9	12	9	9	11					
14	LANGOT	Angèle	11	12	14	6	8	13	5	7	9	7	3	9	9	4	11					
15	LAPEYRE	Martine	7	6	9	8	5	7	15	12	15	16	12	16	14	12	14					
16	LEGRAND	Véronique	3	2	8	5	4	9	9	6	11	8	7	9	7	4	10					
17	LIERT	Gaston	14	Abs	17	Abs	19	Abs	18	16	14	17	11	15	10	11	16					
18	MEILLAC	Bernadette		4	5	3	5	8	6	5	7	7	4	9	6	6	9					
19	MILLET	Aimée	13	12	14	13	11	16	9	6	9	8	7	8	7	4	11					
20	OPERT	Casimir	6	4	9	7	3	8	8	7	9	6	6	8	7	5	7					
21	PELLISSON	Justine	Abs	3	6	2	2	7	11	10	11	12	9	13	13	10	14					
22	PILON	Patrice	5	17	16	17	16	17	17	15	16	16	14	15	15	13	14					
23	RUNIN	Diane	20	10	19	11	Abs	17	Abs	10	11	12	11	Abs	14	11	10					
24	TALAMON	Sylvain	20	18	18	15	17	19	3	2	4	4	2	12	5	2	13					
25	TEROIN	Pascal	18	14	19	12	12	18	17	11	14	15	12	14	16	13	12					
26	TERTI	Didier	14	11	18	13	12	17	17	14	18	16	13	13	15	12	12					
27	VALADE	Florent	18	14	18	18	15	19	4	3	8	6	2	7	7	4	8					

Figure 15-1

Ce tableau réunit les notes trimestrielles de 25 élèves dans cinq matières. La chaîne de caractères « Abs » indique l'absence de note dans la matière pour un trimestre donné.

VOCABULAIRE **Variables, individus et population**

Les 25 élèves représentent les « individus » de la population étudiée. Il se trouve qu'employé dans ce contexte, le terme est bien adapté. Or, en matière statistique, un individu ne désigne pas nécessairement un être humain. Il peut tout aussi bien désigner un livre, une entreprise ou un objet quelconque. Dans ce cas, il est bien évident que la « population » qui désigne l'ensemble des individus étudiés ne représente absolument pas un rassemblement d'êtres humains.

Un « caractère » est une propriété mesurée selon le même procédé pour tous les individus d'une population (dans notre exemple, on étudie 15 caractères). On appelle « modalité » une valeur prise par un caractère (ici comme il s'agit d'une notation sur 20, chaque caractère offre 21 modalités possibles, 21 nombres entiers compris entre 0 et 20). Un

caractère peut être qualitatif ou quantitatif. Par convention, on appelle variable statistique quantitative tout caractère quantitatif.

Une variable quantitative est discrète si les valeurs qu'elle peut prendre sont distinctes les unes des autres. Les 15 variables étudiées ici sont des variables discrètes, puisque leurs valeurs sont l'un des 21 entiers compris dans l'intervalle [0-20].

Une variable quantitative est continue lorsqu'elle peut prendre n'importe quelle valeur contenue dans un intervalle. Nous travaillerons un peu plus loin avec la moyenne annuelle par matière qui est une variable continue, puisque ces moyennes peuvent être n'importe quel nombre décimal compris dans l'intervalle [0-20].

Compter les individus

La première phase de l'étude d'une population est d'en dénombrer les individus. Les trois fonctions **NBVAL**, **NB** et **NB.VIDE** renvoient respectivement le nombre total de la population (toutes les cellules non vides), le nombre de valeurs numériques et le nombre de cellules vides.

	A	B	D	E	F	H	I	J	L	M	N	P	Q	R	T	U	V
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	

	Maths	Physique	Français	Histoire	Langues
1	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
2	24 25 25	25 25 25	25 25 25	25 25 25	25 25 25
3	23 24 25	23 24 24	23 25 25	25 25 24	25 24 25
4	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0

Figure 15-2
Le tableau présenté à la figure 15-1 se trouve sur une feuille nommée « Notes ». Ses données sont utilisées par les trois fonctions de dénombrement **NBVAL**, **NB** et **NB.VIDE**. La colonne B affiche la syntaxe des formules entrées dans la plage D4:D6.

Entrées d'abord en colonne **D**, les formules ont été ensuite recopiées dans le reste du tableau. On remarque que la fonction **NB** renvoie régulièrement des valeurs inférieures à la fonction **NBVAL** puisqu'elle ne prend pas en compte les valeurs de texte **Abs**. La seule colonne pour laquelle la fonction **NB.VIDE** renvoie une valeur différente de zéro est la colonne **D** puisqu'elle correspond à la seule plage contenant une cellule vide.

Un graphique pour représenter la répartition des élèves

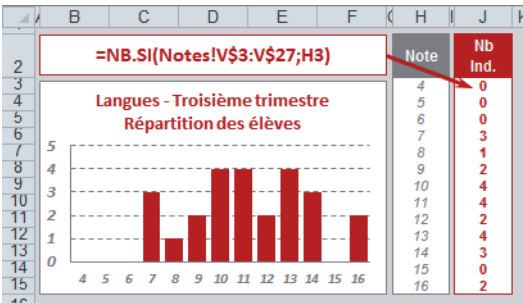
À l'issue de ce dénombrement global, on cherche à savoir combien d'élèves ont obtenu 0, 1, 2, ..., 20 dans une matière donnée. En termes statistiques, cela revient à connaître le nombre d'individus pour chaque modalité x_i . Pour y parvenir, utilisez la fonction **NB.SI**. La statistique descriptive utilise ensuite le résultat de ces calculs pour en faire une représentation graphique qui donne une première idée de la structure de la population étudiée.

LISIBILITÉ Choisir l'intervalle

Afin de ne pas surcharger la figure, le calcul a été fait sur l'intervalle [4, 16] (au lieu de [0, 20]). En effet, avant 4 et après 16, tous les cumuls sont nuls. Dans un souci de symétrie de la représentation, on a conservé les notes 4 à 7 (pour lesquelles les cumuls sont pourtant nuls).

Figure 15-3

La fonction NB.SI entrée en J3 et dont la syntaxe est présentée dans le cadre rouge permet de calculer le nombre d'élèves ayant obtenu 4.



COMPRENDRE Fréquences

On peut calculer la fréquence de chaque modalité : $f_i = n_i / n$. On dit alors que la distribution de la variable X est l'ensemble des couples $\{(x_1, f_1), (x_2, f_2), \dots, (x_I, f_I)\}$. On a donc $n_1 + n_2 + \dots + n_I = n$ et $f_1 + f_2 + \dots + f_I = 1$.

Les résultats affichés en colonne J correspondent à la répartition des notes du troisième trimestre pour les langues. À nouveau, on a utilisé les données de la feuille *Notes* dont le contenu est présenté figure 15-1. La formule entrée en J3 a ensuite été recopiée dans la plage J4:J15. La somme des valeurs de la plage J3:J15 redonne bien 25, nombre total d'individus dans la population étudiée.

ALLER PLUS LOIN La fonction NB.SI.ENS

La fonction *NB.SI* permet d'exprimer un critère unique. Pour faire des dénombrements impliquant davantage de critères, utilisez la fonction *NB.SI.ENS*. Ses mécanismes sont les mêmes que ceux de la fonction *SOMME.SI.ENS* (consultez le chapitre 14).

Les arguments de *NB.SI.ENS* fonctionnent par paires. À titre d'exemple, les deux premiers arguments de la formule entrée en F4 (*Notes!T\$3:T\$27* et B4) indiquent qu'il faut appliquer le critère B4 (<10) à la plage *Notes!T\$3:T\$27* (langues au premier trimestre). Les deux derniers arguments (*Notes!\$V\$3:\$V\$27* et D4) indiquent qu'il faut appliquer le critère D4 (<11) à la plage *Notes!\$V\$3:\$V\$27* (langues au troisième trimestre). En d'autres termes, on dénombre (pour les langues) les élèves ayant obtenu à la fois une note strictement inférieure à 10 au premier trimestre et strictement inférieure à 11 au troisième trimestre. Excel trouve 6 individus remplissant à la fois ces deux critères.

La formule entrée en F4, et dont la syntaxe apparaît en H4, a ensuite été recopiée dans la plage F5:F7 (chacune utilisant les critères entrés dans sa ligne).

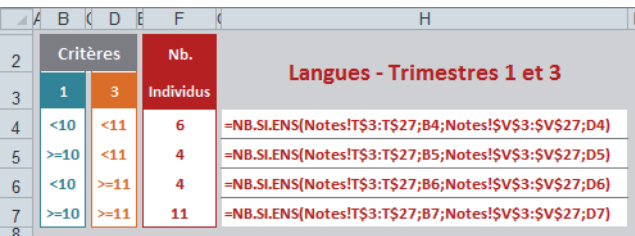


Figure 15-4 Pour exprimer des critères à la fois sur les notes du premier et du troisième trimestre, utilisez la fonction NB.SI.ENS.

Regrouper en classes

Si la distribution étudiée concerne peu d'individus, il est possible qu'une représentation graphique par modalité n'affiche que des valeurs de type 1/n (un individu par modalité). Or, en se plaçant toujours dans la perspective d'affiner peu à peu notre compréhension de la structure de la population, une telle représentation n'est pas très utile.

Pour obtenir un graphique plus intéressant, il est souvent préférable de regrouper les modalités et de définir des classes. La fonction *FREQUENCE* d'Excel répond à ce besoin. À partir d'un vecteur de seuils (8 et 12 dans

notre exemple), la fonction **FREQUENCE** renvoie un dénombrement des individus pour les trois classes [0,8],]8,12] et]12,20].

	B	D	E	F	H	I	J	L	M	N	P	Q	R	T	U	V	X
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	

Figure 15-5
Pour chaque matière, la fonction **FREQUENCE** permet de connaître la répartition des individus en fonction des deux seuils 8 et 12.

À la figure 15-5, les deux seuils 8 et 12 ont été entrés en X4 et X5. Ces deux seuils définissent trois classes : [0-8],]8-12] et]12-20], ou encore (les notes sont ici des valeurs entières), les trois classes : [0-8], [9-12] et [13-20].

Dans notre exemple, les trois classes ne sont pas égales (les deux classes extrêmes sont deux fois plus grandes que la classe centrale). Pour respecter le principe de proportionnalité (figure 15-6), il faut soit vous ramener à des classes égales (graphique de droite), soit faire en sorte que votre graphique ressemble à la représentation de gauche.

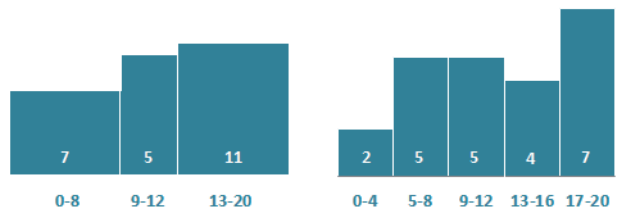


Figure 15-6 Deux manières de représenter la répartition par classes des individus pour la variable « Mathématiques au premier trimestre »

Indicateurs de tendance centrale

Toujours dans la perspective de mieux comprendre les quinze variables quantitatives de notre exemple, nous nous intéressons maintenant à leur moyenne. Cet indice donne une sorte de résumé de chacune des variables et constitue l'une des mesures de tendance centrale couramment utilisées en statistiques. Une moyenne offre un résumé d'informations nombreuses, mais entraîne du même coup une inévitable perte d'information.

Par la suite, nous en aborderons d'autres comme la médiane ou les modes, qui permettront de compléter la description ébauchée avec le calcul de la moyenne.

Excel fournit trois fonctions relatives au calcul de la moyenne arithmétique : **MOYENNE**, **AVERAGEA** et **MOYENNE.REDUITE**.

La colonne B expose la syntaxe des formules entrées dans la plage D4:D15. Ces dernières ont ensuite été recopiées dans la plage E4:V15.

ATTENTION FREQUENCE est une fonction matricielle

La fonction **FREQUENCE** renvoie plusieurs valeurs simultanément. Il s'agit donc d'une fonction matricielle qu'il convient de traiter comme telle (voir le chapitre 6). Pour obtenir la répartition des notes de mathématiques au premier trimestre en fonction des deux seuils 8 et 12, il faut sélectionner la plage D4:D6, entrer la fonction **FREQUENCE** (sa syntaxe est indiquée en B4) et la valider en pressant simultanément les touches **Ctrl+Maj+Entrée**. La plage D4:D6 a ensuite été recopiée dans les colonnes suivantes.

Attention, les accolades qui apparaissent dans la syntaxe de la formule entrée en D4:D6 ne doivent pas être saisies. Excel les ajoutera automatiquement quand vous validerez la formule à l'aide des touches **Ctrl+Maj+Entrée**.

ATTENTION Coefficient d'asymétrie

Le coefficient d'asymétrie présenté en ligne 15 de la figure 15-7 a été placé ici car il témoigne de la position respective de la moyenne et de la médiane, mais la fonction qui lui correspond sera traitée un peu plus loin dans ce chapitre.

Tableau 15-1 Moyennes

Fonction	Description
MOYENNE	Cette fonction renvoie la moyenne arithmétique de tous ses arguments. En d'autres termes, elle fait la somme de toutes les valeurs numériques qu'elle divise par leur dénombrement. Elle ne prend en compte ni les valeurs logiques, ni les valeurs de texte, ni les cellules vides (voir la ligne 4 de la figure 15-7). Les moyennes des quinze variables quantitatives s'étendent de 9,1 (langues au deuxième trimestre) à 13,1 (mathématiques au troisième trimestre).
AVERAGEA	Cette fonction fait le même calcul que <i>MOYENNE</i> , mais en prenant en compte les valeurs logiques (1 pour <i>VRAI</i> et 0 pour <i>FAUX</i>) ainsi que les valeurs de texte qu'elle remplace par 0 (voir la ligne 5 de la figure 15-7). La présence des chaînes de caractères <i>Abs</i> dans certaines variables rend quelques résultats légèrement plus faibles qu'avec la fonction <i>MOYENNE</i> .
MOYENNE.REDUITE	Cette fonction calcule la moyenne d'un ensemble de données en excluant un certain pourcentage des valeurs extrêmes (inférieures et supérieures). À la figure 15-7, l'exemple donné ligne 6 exclut 25 % des notes aux deux extrémités, c'est-à-dire, $0,25 * 25 = 6,25$ qui, arrondi au multiple de 2 inférieur, donne 6. Il exclut donc les trois notes les plus faibles, ainsi que les trois plus fortes, sans tenir compte ni des valeurs logiques, ni des valeurs de texte.

		D	E	F	H	I	J	L	M	N	P	Q	R	T	U	V	X
1		Maths			Physique			Français			Histoire			Langues			
2		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
4	=MOYENNE(Notes!D3:D27)	12,3	10,5	13,1	10,8	10,0	13,0	11,1	9,6	11,8	11,2	9,3	11,5	11,0	9,1	11,2	
5	=AVERAGEA(Notes!D3:D27)	11,8	10,0	13,1	10,0	9,6	12,4	10,2	9,6	11,8	11,2	9,3	11,0	11,0	8,8	11,2	
6	=MOYENNE.REDUITE(Notes!D3:D27;25%)	12,5	10,5	13,4	10,9	9,8	12,9	11,2	9,7	11,9	11,4	9,5	11,5	11,0	9,3	11,3	
8	=MEDIANE(Notes!D3:D27)	12,0	11,0	14,0	11,0	9,0	13,5	12,0	11,0	12,0	11,0	10,0	12,0	10,0	10,0	11,0	
10	=MODE.SIMPLE(Notes!D3:D27)	11	11	18	6	4	7	17	13	14	15	11	12	14	12	13	MODE
12	{=MODE.MULTIPLE(Notes!D3:D27)}	11	11	18	6	4	7	17	13	14	15	11	12	14	12	13	
13		11	11	18	17	17	17	17	13	14	15	11	9	14	4	10	
15	=COEFFICIENT.ASYMETRIE(Notes!D3:D27)	-0,1	-0,1	-0,3	0,0	0,2	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	-0,1	-0,4	-0,1	-0,1	-0,4	0,0	

Figure 15-7 Ce tableau réunit les principaux indicateurs de tendance centrale. La colonne X donne l'ancienne forme de certaines fonctions, conservées dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

BON À SAVOIR Moyennes conditionnelles

Tout comme les sommes conditionnelles étudiées au chapitre 14 et les dénombrements conditionnels abordés au tout début de ce chapitre, *MOYENNE.SI* et *MOYENNE.SI.ENS* permettent de calculer des moyennes sur une partie de la population filtrée par un critère. Le tableau présenté figure 15-8 affiche la moyenne trimestrielle de chaque élève, toutes matières confondues. La formule dont la syntaxe apparaît dans le cadre rouge a été entrée en E5, puis recopiée en E5:G29. Elle utilise la plage D2:V2 de la feuille *Notes* (présentée figure 15-1) comme plage de critères et lui applique le critère entré cellule E4 (deuxième argument). Comme cette dernière contient la chaîne de caractères T1, elle fait la moyenne de la plage D3:V3 (troisième argument, notes de l'élève *ATIER*), mais en ne prenant en compte que celles du premier trimestre (celles dont la position en D3:V3 correspond à la position des T1 dans la plage D2:V2). Reportez-vous à la description de la fonction *SOMME.SI* au chapitre 14 pour bien comprendre le mécanisme d'expression des critères.

Si le filtre de calcul doit porter simultanément sur plusieurs critères, il faut utiliser *MOYENNE.SI.ENS*. L'articulation de ses arguments est exactement la même qu'avec *SOMME.SI.ENS* (consultez le chapitre 14).

Figure 15-8 Bien que les données du calcul soient stockées dans des cellules non contiguës, on obtient très facilement la moyenne trimestrielle de chaque élève grâce à la fonction *MOYENNE.SI*.

	B	C	E	F	G
2	=MOYENNE.SI(Notes!\$D\$2:\$V\$2;E\$4;Notes!\$D3:\$V3)				
3	Moyenne				
4	Nom	Prénom	T1	T2	T3
5	ATIER	Modeste	11,2	9,6	11,0
6	BAYON	Basile	14,4	13,4	13,4
7	BEDAS	Genevieve	16,8	15,8	15,4
8	BERTHIER	Edouard	10,6	10,0	11,0
9	CAFU	Melaine	16,8	15,8	14,8
10	CANTREL	Raymond	11,4	10,2	10,4
11	DUPONT	Nina	13,8	11,4	14,8
12	DURAND	Rémi	8,2	7,4	10,0
13	FATEU	Marcel	7,0	7,4	9,2
14	FROUIN	Roseline	9,8	8,8	9,6
15	GRENADA	Marius	11,0	8,8	12,4
16	LANGOT	Angèle	7,6	6,8	11,2
17	LAPEYRE	Martine	12,0	9,4	12,2
18	LEGRAND	Véronique	6,4	4,6	9,4
19	LIERT	Gaston	14,8	14,3	15,5
20	MEILLAC	Bernadette	5,5	4,8	7,6
21	MILLET	Aimée	10,0	8,0	11,6
22	OPERT	Casimir	6,8	5,0	8,2
23	PELLISSON	Justine	9,5	6,8	10,2
24	PILON	Patrice	14,0	15,0	15,6
25	RUNIN	Diane	14,3	10,5	14,3
26	TALAMON	Sylvain	9,4	8,2	13,2
27	TEROIN	Pascal	15,6	12,4	15,4
28	TERTI	Didier	15,0	12,4	15,6
29	VALADE	Florent	10,6	7,6	12,0

LISSEZ Moyennes mobiles

Les moyennes mobiles permettent de lisser des valeurs, et donc de mettre en évidence une tendance en gommant les accidents de parcours. Vous pouvez utiliser la fonction **MOYENNE** sur quelques valeurs pour calculer une moyenne arithmétique, mais Excel met également à disposition les fonctions **MOYENNE.GEOMETRIQUE** et **MOYENNE.HARMONIQUE** qui fondent leur calcul sur d'autres algorithmes.

À la figure 15-9, la syntaxe de la fonction **MOYENNE.HARMONIQUE** entrée en D7 apparaît dans le premier cadre orange. Elle réalise un lissage sur les cinq valeurs précédentes. La cellule E7 contient une formule qui renvoie le même résultat. Cette dernière met en évidence l'algorithme sur lequel repose la fonction **MOYENNE.HARMONIQUE** (rapport du nombre de valeurs dont on fait la moyenne sur la somme des inverses de ces valeurs). Ces deux formules ont été respectivement recopiées dans les plages D8:D32 et E8:E32.

La syntaxe de la fonction **MOYENNE.GEOMETRIQUE** entrée en F12 apparaît dans le premier cadre vert. Elle réalise un lissage sur les dix valeurs précédentes. La cellule G12 contient une formule qui renvoie le même résultat. Cette dernière met en évidence l'algorithme sur lequel repose la fonction **MOYENNE.GEOMETRIQUE** (racine énième du produit des *n* valeurs dont on fait la moyenne). Ces deux formules ont été respectivement recopiées dans les plages F13:F32 et G13:G32. Calculée sur davantage de valeurs, cette fonction effectue un lissage plus important que la formule entrée en colonne D.

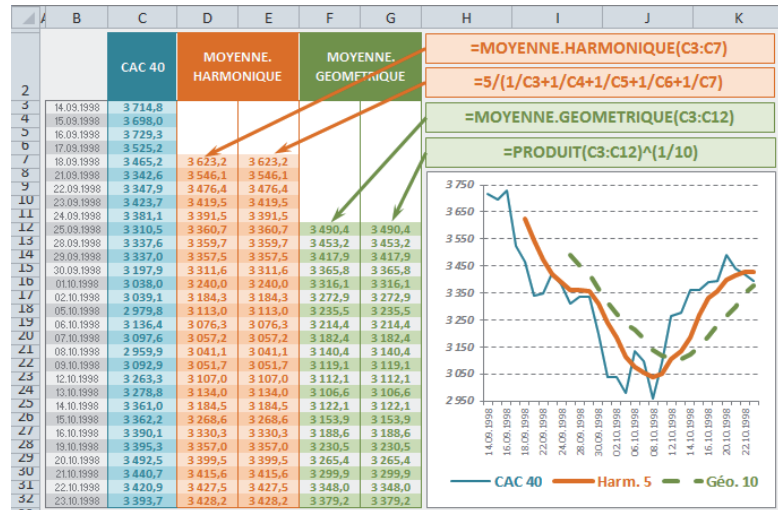


Figure 15-9 Les cours du CAC 40 sont lissés par l'utilisation des fonctions **MOYENNE.GEOMETRIQUE** et **MOYENNE.HARMONIQUE** en tant que moyennes mobiles.

Tableau 15-2 Valeurs centrales et répétitives

Fonction	Description
MEDIANE	Cette fonction renvoie la valeur centrale d'un ensemble de nombres. En d'autres termes, cette fonction ordonne toutes les valeurs de la variable et choisit celle qui se trouve exactement au milieu. Si la variable contient un nombre pair de valeurs, la médiane correspond à la moyenne des deux valeurs centrales (voir la ligne 8 de la figure 15-7).
MODE.SIMPLE	À partir d'un ensemble de valeurs, MODE.SIMPLE renvoie celle qui apparaît le plus fréquemment. Si chaque valeur est unique, elle renvoie #N/A. Si plusieurs arrivent ex æquo dans ce palmarès, la fonction renvoie la première valeur rencontrée dans la plage (voir la ligne 10 de la figure 15-7). Elle ne tient pas compte des valeurs logiques ou des valeurs de texte.
MODE.MULTIPLE	Cette fonction remplit le même office que la fonction MODE.SIMPLE , mais peut renvoyer une matrice de valeurs. Dans les lignes 12 et 13 de la figure 15-7, la variable quantitative Physique du premier trimestre (colonne H) possède trois ex æquo, 6, 13 et 17, répétées chacune en trois exemplaires. La fonction ayant été entrée dans deux cellules seulement, elle ne peut renvoyer que deux d'entre elles. Elle les choisit dans leur ordre d'apparition dans la plage. Si, au contraire, la plage ne contient qu'un lauréat, la valeur correspondante est répétée plusieurs fois dans la matrice résultat (cas des mathématiques au premier trimestre en colonne D). Si chaque valeur est unique, elle renvoie une matrice de #N/A. MODE.MULTIPLE étant une fonction matricielle, elle doit être validée comme telle (voir le chapitre 6).

Indicateurs de dispersion

Plus une population est regroupée autour de sa moyenne, plus cette dernière est représentative de sa distribution. Obtenir une moyenne de 10 à partir des valeurs 9 et 11 n'a pas la même représentativité qu'à partir de 0 et 20.

Toujours dans la perspective de mieux appréhender la structure d'une population, nous allons maintenant nous intéresser à une vingtaine de fonctions renvoyant une série d'indicateurs de dispersion. Il y a d'abord celles qui renvoient les valeurs extrêmes, puis celles qui donnent une idée de la distance moyenne séparant chaque valeur de la moyenne, et enfin, celles qui découpent la population en tranches régulières plus ou moins larges et plus ou moins éloignées de la moyenne.

Valeurs extrêmes

Les fonctions **MAX** et **MIN** (lignes 4 et 5 de la figure 15-10) renvoient la plus grande et la plus petite valeur numérique d'une population. **MAXA** et **MINA** (lignes 6 et 7 de la figure 15-10) remplissent le même office en tenant compte des valeurs logiques (1 pour **VRAI** et 0 pour **FAUX**) et des valeurs de texte (prises en compte pour 0).

GRANDE.VALEUR et **PETITE.VALEUR** (lignes 9 et 10 de la figure 15-10) renvoient le même genre d'information en excluant un certain nombre de valeurs extrêmes (deuxième argument). En D9, le résultat 19 correspond bien à la plus haute note de mathématiques du premier trimestre, abstraction faite des quatre valeurs de tête (le 5 saisi en deuxième argument indique que l'on veut renvoyer la cinquième plus grande valeur). Ces fonctions ne tiennent pas compte des valeurs logiques et des valeurs de texte.

	B	D	E	F	H	I	J	L	M	N	P	Q	R	T	U	V	X
1		Maths			Physique			Français			Histoire			Langues			
2		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
4		=MAX(Notes!D3:D27)			20,0 18,0 19,0			19,0 19,0 19,0			18,0 16,0 18,0			17,0 15,0 16,0			16,0 16,0 16,0
5		=MIN(Notes!D3:D27)			2,0 2,0 5,0			2,0 2,0 7,0			3,0 2,0 4,0			4,0 2,0 7,0			5,0 2,0 7,0
6		=MAXA(Notes!D3:D27)			20,0 18,0 19,0			19,0 19,0 19,0			18,0 16,0 18,0			17,0 15,0 16,0			16,0 16,0 16,0
7		=MINA(Notes!D3:D27)			0,0 0,0 5,0			0,0 0,0 0,0			0,0 2,0 4,0			4,0 2,0 0,0			5,0 0,0 7,0
9		=GRANDE.VALEUR(Notes!D3:D27;5)			19,0 17,0 18,0			17,0 16,0 17,0			16,0 13,0 14,0			15,0 13,0 14,0			14,0 12,0 14,0
10		=PETITE.VALEUR(Notes!D3:D27;5)			7,0 4,0 8,0			6,0 4,0 8,0			6,0 5,0 9,0			7,0 6,0 9,0			7,0 4,0 9,0
12		=QUARTILE.INCLUDE(Notes!D3:D27;1)			7,0 5,8 9,0			6,5 5,0 8,8			7,0 6,0 9,0			8,0 7,0 9,0			9,0 5,8 10,0
13		=QUARTILE.EXCLUDE(Notes!D3:D27;3)			18,0 14,0 18,0			15,0 15,0 17,0			15,0 13,0 14,0			15,0 12,0 14,0			14,0 12,0 13,0
15		=CENTILE.INCLUDE(Notes!D3:D27;20%)			7,0 4,6 8,8			6,0 4,6 8,0			6,0 5,8 9,0			7,0 6,0 9,0			7,0 4,6 9,0
16		=CENTILE.EXCLUDE(Notes!D3:D27;20%)			6,8 4,0 8,2			6,0 4,0 8,0			5,8 5,2 9,0			7,0 6,0 9,0			7,0 4,0 9,0
18		=ECART.MOYEN(Notes!D3:D27)			4,7 4,1 4,2			4,1 4,3 4,0			3,9 3,6 2,5			3,4 3,2 2,3			3,0 3,1 2,1
20		=VAR.P.N(Notes!D3:D27)			31,2 25,5 21,5			23,5 25,4 19,0			20,8 16,6 9,6			15,1 14,8 7,1			11,2 13,5 6,5
21		=VAR.S(Notes!D3:D27)			32,7 26,6 22,4			24,6 26,5 19,8			21,7 17,3 10,0			15,7 15,4 7,4			11,6 14,1 6,8
22		=VARPA(Notes!D3:D27)			35,9 28,7 21,5			30,3 28,2 24,6			28,2 16,6 9,6			15,1 14,8 11,9			11,2 16,2 6,5
23		=VARA(Notes!D3:D27)			37,5 29,9 22,4			31,5 29,3 25,7			29,3 17,3 10,0			15,7 15,4 12,4			11,6 16,9 6,8
25		=ECARTYPE.PEARSON(Notes!D3:D27)			5,6 5,0 4,6			4,9 5,0 4,4			4,6 4,1 3,1			3,9 3,8 2,7			3,3 3,7 2,5
26		=ECARTYPE.STANDARD(Notes!D3:D27)			5,7 5,2 4,7			5,0 5,1 4,4			4,7 4,2 3,2			4,0 3,9 2,7			3,4 3,8 2,6
27		=STDEVPA(Notes!D3:D27)			6,0 5,4 4,6			5,5 5,3 5,0			5,3 4,1 3,1			3,9 3,8 3,4			3,3 4,0 2,5
28		=STDEVA(Notes!D3:D27)			6,1 5,5 4,7			5,6 5,4 5,1			5,4 4,2 3,2			4,0 3,9 3,5			3,4 4,1 2,6

Figure 15-10

Ce tableau réunit les principaux indicateurs de dispersion. La colonne X donne la forme ancienne de certaines fonctions, conservées dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

La colonne *B* expose la syntaxe des formules entrées en *D4:D28*, ces dernières ayant ensuite été recopiées dans la plage *E4:V28*. Toutes utilisent les données stockées dans la feuille *Notes* présentée figure 15-1.

Quartiles et centiles

Quartiles

QUARTILE.INCLUDE et *QUARTILE.EXCLUDE* divisent la population en quatre quarts et renvoient les valeurs marquant ces séparations (lignes 12 et 13 de la figure 15-10).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1		Maths				Physique				Français				Histoire				Langues		
2		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3
4		2	2	5		2	2	7		3	2	4		4	2	7		5	2	7
5		2	3	6		3	3	7		4	3	7		6	2	8		6	4	7
6		3	3	6		5	4	7		5	4	8		6	3	8		7	4	7
7		5	4	6		6	4	7		5	4	9		7	4	8		7	4	8
8		6	4	8		6	4	8		6	5	9		7	6	9		7	4	9
9		7	5	9		6	5	8		6	6	9		7	6	9		7	5	9
10		7	6	9		7	5	9		8	6	9		8	7	9		9	6	10
11		7	8	9		8	8	10		9	7	11		8	7	9		9	7	10
12		11	10	11		8	8	10		9	7	11		8	7	9		9	9	10
13		11	10	11		10	8	10		11	7	11		10	9	11		9	9	10
14		11	11	12		11	9	12		11	10	11		10	9	12		10	9	11
15		11	11	14		11	9	13		12	10	11		11	9	12		10	10	11
16		12	11	14		12	9	14		12	11	12		11	10	12		10	10	11
17		13	11	14		12	10	14		13	11	12		12	11	12		11	11	11
18		14	12	15		13	11	16		13	11	13		12	11	12		13	11	12
19		14	12	16		13	12	16		14	12	14		14	11	13		13	11	12
20		14	12	17		13	12	17		14	12	14		15	11	13		14	12	13
21		18	14	17		15	15	17		15	13	14		15	12	14		14	12	13
22		18	14	18		17	15	17		16	13	14		15	12	14		14	12	13
23		19	17	18		17	16	17		17	13	14		15	12	14		14	12	13
24		19	17	18		17	17	18		17	13	14		15	13	15		14	13	14
25		20	18	18		18	17	19		17	14	15		16	14	15		15	13	14
26		20	18	18		19	17	19		18	15	15		16	14	15		15	13	14
27		20	18	19						15	16	16		15	15	16		16	16	16
28				19			19	19		16	18	17		15				16		16

Figure 15-11
Ici, les quinze variables sont triées dans l'ordre croissant. La feuille qui supporte ce tableau s'appelle « NotesTri ».

Dans le tableau de la figure 15-11, on a fait ressortir sur fond de couleur, en caractères verts les plus petites valeurs, en caractères mauves les plus grandes, en caractères noirs les valeurs à partir desquelles sont calculés les premier et troisième quartiles, et en blanc sur fond rouge les valeurs à partir desquelles est calculé le deuxième quartile (autrement dit, la médiane).

La différence entre *QUARTILE.INCLUDE* et *QUARTILE.EXCLUDE* réside dans la prise en compte ou non des valeurs extrêmes de la population. Pour le deuxième quartile, leurs résultats sont identiques, mais pour le premier et le troisième, *QUARTILE.EXCLUDE* renvoie des valeurs légèrement plus excentrées.

Centiles

On peut travailler avec une division plus fine de la population en utilisant *CENTILE.INCLUDE* et *CENTILE.EXCLUDE* (lignes 15 et 16 de la figure 15-10). En entrant par exemple 20%, 40%, 60% et 80% en deuxième argument de quatre fonctions *CENTILE.INCLUDE*, on divise la population en cinq (au lieu de quatre avec les quartiles). Le deuxième argument peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1.

REPRÉSENTATION **Les boîtes à moustaches**

Les fonctions **MIN**, **MAX**, **MEDIANE** et **QUARTILE.EXCLURE** peuvent être utilisées pour construire des boîtes à moustaches. Ces dernières donnent une représentation de la dispersion d'une population en enfermant la moitié des valeurs les plus centrales dans des boîtes, et en donnant, par des traits recouvrant les premier et dernier quartiles, l'étendue des valeurs extrêmes de la population.

À la figure 15-13, les losanges bleus représentent les notes trimestrielles de chaque élève par matière. Comme plusieurs points se trouvent regroupés autour d'une même note, ils forment des amas plus ou moins importants.

Les extrémités de chaque boîte marquent le début du deuxième quartile et la fin du troisième. Le trait rouge apparaissant au sein de chaque boîte représente la médiane. Les traits verts matérialisent les plus petites valeurs, et les violets, les plus grandes. Les quelques points qui apparaissent sur l'axe des abscisses correspondent aux valeurs de texte **Abs**, représentées comme des valeurs nulles.

Vous remarquerez que cette représentation permet d'observer que les notes du troisième trimestre en langues sont beaucoup plus concentrées autour de la médiane que les notes de mathématiques du premier trimestre.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
2		Maths			Physique			Français			Histoire			Langues							
3		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3					
6		=MEDIANE(NotesTri1B4:B28)	11,5	11,0	14,0	11,0	9,0	13,5	12,0	11,0	12,0	11,0	10,0	12,0	10,0	10,0	11,0				
8		=QUARTILE.EXCLURE(NotesTri1B4:B28;1)	7,0	5,3	9,0	6,0	5,0	8,3	6,0	6,0	9,0	7,5	6,5	9,0	8,0	5,3	9,5				
10		=QUARTILE.EXCLURE(NotesTri1B4:B28;3)	18,0	14,0	18,0	15,0	15,0	17,0	15,0	13,0	14,0	15,0	12,0	14,0	14,0	12,0	13,0				
12	=MAX(NotesTri1B4:B28)	20	18	19	19	19	19	18	16	18	17	15	16	16	16	16					
14	=MIN(NotesTri1B4:B28)	2	2	5	2	2	7	3	2	4	4	2	7	5	2	7					

Figure 15-12 Ce tableau utilise les fonctions MIN, MAX, MEDIANE et QUARTILE.EXCLURE pour obtenir les valeurs nécessaires à la construction des boîtes à moustaches.

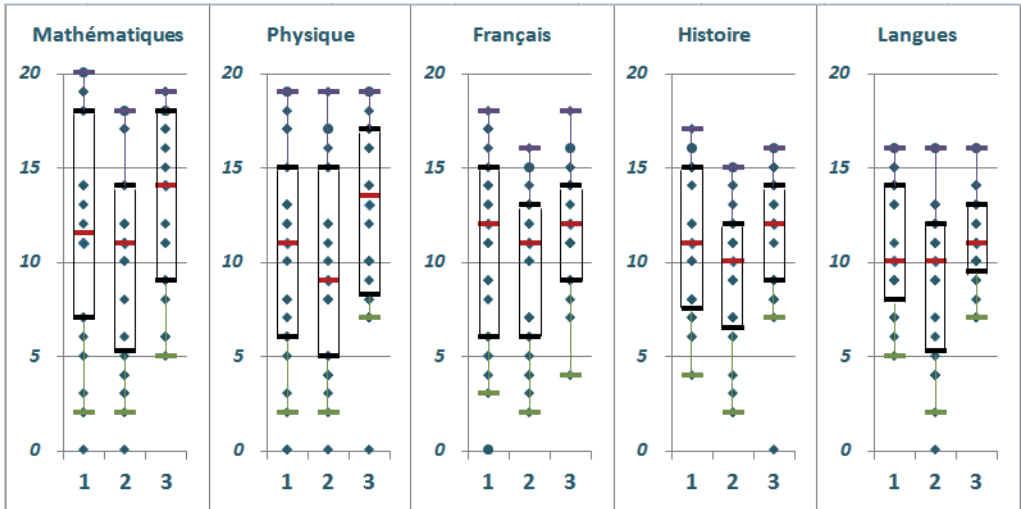


Figure 15-13 Ces quinze boîtes à moustaches donnent une idée plus précise de la dispersion des notes dans les diverses matières.

Mesure des écarts à la moyenne

Une troisième série de fonctions mesure divers types d'écarts entre les valeurs de la variable et la moyenne. Plus les résultats renvoyés sont grands, plus la dispersion est importante.

Tableau 15-3 Écarts à la moyenne

Fonction	Description
ECART.MOYEN	Cette fonction calcule la valeur absolue des écarts entre les notes et la moyenne. Elle en fait la somme qu'elle divise par le nombre de notes et renvoie le résultat obtenu (ligne 18 de la figure 15-10). Cet indicateur est facile à comprendre, mais il ne présente pas des propriétés mathématiques très intéressantes. De ce fait, on utilise plutôt la variance et sa racine carrée, l'écart-type.
VAR.P.N et VAR.S	Cette fonction (ligne 20 de la figure 15-10) fait le même calcul que la fonction ECART.MOYEN, mais en travaillant à partir du carré des écarts à la moyenne. VAR.S (ligne 21 de la figure 15-10) fait un calcul similaire, mais au lieu de diviser par n (population totale de la variable), elle divise par n-1.
ECARTYPE.PEARSON et ECARTYPE.STANDARD	Ces fonctions (lignes 25 et 26 de la figure 15-10) correspondent respectivement à la racine carrée de VAR.P.N et VAR.S.

Calculée à partir du carré des distances, la variance est très influencée par les valeurs aberrantes (extrêmes). Aussi, avant de faire ce calcul, il est important d'identifier ces dernières afin de ne pas les prendre en compte.

D'autre part, si l'on utilise un échantillon aléatoire pour estimer la variance d'une population, on risque de sous-estimer cette dernière car la dispersion d'un échantillon a de fortes chances d'être inférieure à celle de la population dont il est issu. C'est pourquoi, dans le cas d'un échantillon, au lieu de diviser la somme des carrés des écarts à la moyenne par n, on divise par n-1. On parle alors d'une variance sans biais. En résumé, si vous réalisez vos calculs à partir des valeurs d'une population globale, il faudra utiliser les fonctions VAR.P.N et ECARTYPE.PEARSON, alors que si vous travaillez à partir d'un échantillon dans la perspective d'estimer la variance et l'écart-type d'une population globale, il faudra utiliser les fonctions VAR.S et ECARTYPE.STANDARD.

Les quatre fonctions VARPA, VARA, STDEVPA et STDEVA (lignes 22, 23, 27 et 28 de la figure 15-10) font respectivement les mêmes calculs que les quatre fonctions précédentes, mais en prenant en compte les valeurs logiques (1 pour VRAI et 0 pour FAUX) et textuelles (valeur 0).

Ordonner les valeurs

Dans les sections précédentes, pour ordonner les valeurs, nous avons eu recours au tri. Or, Excel fournit quatre fonctions rendant les mêmes services sans déplacer les données physiquement : EQUATION.RANG, MOYENNE.RANG, RANG.POURCENTAGE.INCLURE et RANG.POURCENTAGE.EXCLURE. Malgré de légères variantes quant à la nature de leurs résultats, toutes renvoient une valeur qui reflète la place de chaque individu dans la population totale.

Tableau 15-4 Ordonner les valeurs (suite)

Fonction	Description
RANG.POURCENTAGE.INCLURE et RANG.POURCENTAGE.EXCLURE	La logique de ces deux fonctions est de ramener à 1 la plus grande valeur de la variable et à 0 la plus petite, puis d'exprimer toutes les autres proportionnellement en tenant compte de la valeur et de la position. Avec RANG.POURCENTAGE.INCLURE, la plus grande valeur correspond à 1 et la plus petite à 0. RANG.POURCENTAGE.EXCLURE renvoie un nombre légèrement inférieur à 1 pour la plus grande valeur et légèrement supérieur à 0 pour la plus petite. Le dernier argument permet de régler la précision du résultat. En indiquant 3, on obtient des nombres à trois décimales. Dans l'exemple présenté figure 15-16, c'est le cas, mais pour améliorer la lisibilité, on a appliqué un format de nombre qui réduit l'affichage à une décimale (pour la colonne K). En revanche, le format conditionnel qui génère des barres proportionnelles aux résultats utilise les valeurs précises à trois décimales renvoyées par la fonction.

Liaison entre deux variables quantitatives

Grâce aux indices présentés dans la section précédente, nous avons pu approfondir, individuellement, notre connaissance des quinze premières variables quantitatives présentées figure 15-1. L'étape suivante consiste à chercher s'il existe une relation entre elles. Pour que cette recherche ait vraiment un intérêt, nous avons créé cinq nouvelles variables en considérant la moyenne annuelle par élève et par matière. Parallèlement à cela, nous avons récupéré les notes obtenues à l'examen blanc de fin d'année (voir la figure 15-17).

	A	B	X	Y	Z	AA	AB	AD	AE	AF	AG	AH
1			Moyenne 3 trimestres					Examen blanc				
2	Nom	Prénom	M	P	F	H	L	M	P	F	H	L
3	ATIER	Modeste	6,0	5,7	14,0	14,3	13,0	10	8	12	15	13
4	BAYON	Basile	18,0	16,0	12,3	10,7	11,7	16	16	10	12	12
5	BEDAS	Genevieve	18,3	18,3	14,3	14,7	14,3	19	17	11	14	14
6	BERTHIER	Edouard	10,7	9,7	11,0	11,0	10,3	12	11	10	13	11
7	CAFU	Melaine	18,3	17,0	13,5	14,0	14,5	16	18	13	16	14
8	CANTREL	Raymond	11,3	10,0	12,3	9,7	10,0	14	11	11	12	11
9	DUPONT	Nina	13,3	12,0	13,0	14,0	14,3	11	14	11	13	13
10	DURAND	Rémi	12,3	9,3	6,3	7,0	7,7	15	12	7	9	9
11	FATEU	Marcel	8,0	8,3	6,7	8,0	8,3	9	12	7	10	10
12	FROUIN	Roseline	3,7	5,5	14,0	12,3	10,0	5	11	12	13	11
13	GRENADA	Marius	11,3	11,7	10,7	10,3	9,7	11	14	15	11	12
14	LANGOT	Angèle	12,3	9,0	7,0	6,3	8,0	13	11	9	12	10
15	LAPEYRE	Martine	7,3	6,7	14,0	14,7	13,3	12	11	13	13	12
16	LEGRAND	Véronique	4,3	6,0	8,7	8,0	7,0	13	11	11	11	11
17	LIERT	Gaston	15,5	19,0	16,0	14,3	12,3	15	20	16	17	11
18	MEILLAC	Bernadette	4,5	5,3	6,0	6,7	7,0	8	11	5	11	10
19	MILLET	Aimée	13,0	13,3	8,0	7,7	7,3	11	14	7	11	11
20	OPERT	Casimir	6,3	6,0	8,0	6,7	6,3	9	11	7	11	9
21	PELLISSON	Justine	4,5	3,7	10,7	11,3	12,3	8	10	10	10	12
22	PILON	Patrice	12,7	16,7	16,0	15,0	14,0	12	18	15	16	14
23	RUNIN	Diane	16,3	14,0	10,5	11,5	11,7	17	13	10	14	12
24	TALAMON	Sylvain	18,7	17,0	3,0	6,0	6,7	19	16	6	10	9
25	TEROIN	Pascal	17,0	14,0	14,0	13,7	13,7	16	15	11	15	13
26	TERTI	Didier	14,3	14,0	16,3	14,0	13,0	13	13	15	17	12
27	VALADE	Florent	16,7	17,3	5,0	5,0	6,3	16	18	4	8	9

Figure 15-17
Dix nouvelles variables quantitatives (cinq examens blancs et cinq moyennes annuelles par matière). Ce tableau se trouve également sur la feuille Notes.

COMPRENDRE Expliquer graphiquement une variable A à partir d'une variable B

Vérifions dans quelle mesure la note obtenue à l'examen blanc s'explique par la moyenne annuelle. Dans les trois graphiques de la figure 15-18, chaque point représente la performance d'un élève dans une des matières. Les points situés sous la bissectrice correspondent aux élèves qui ont mieux travaillé tout au long de l'année qu'à l'examen blanc, alors que ceux qui apparaissent au-dessus reflètent une meilleure performance à l'examen.

On constate qu'en français, les élèves ont eu tendance à rater leur examen blanc, alors qu'en histoire, les résultats ont été plutôt meilleurs que tout au long de l'année.

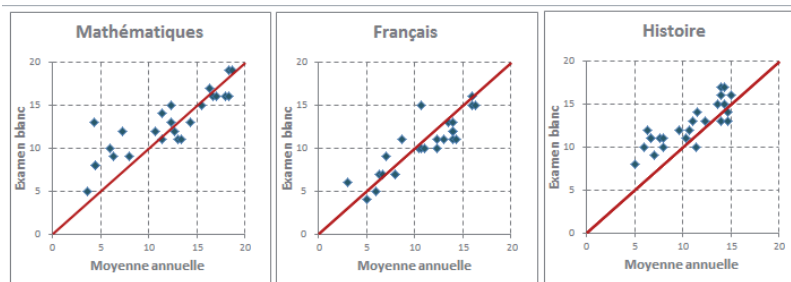


Figure 15-18 Ces trois graphiques en nuages de points appliqués aux mathématiques, au français et à l'histoire permettent de comparer assez précisément les valeurs du contrôle continu et de l'examen blanc.

Utiliser le coefficient de corrélation

Le coefficient de corrélation est un indice numérique qui mesure la liaison entre deux variables. Un seul nombre résume forcément très mal une situation complexe. Néanmoins, le coefficient de corrélation fournit rapidement une valeur utile pour comparer plusieurs situations.

Qu'est-ce qu'un coefficient de corrélation ?

La figure 15-19 propose la définition du coefficient de corrélation. Comme cette dernière fait appel à la covariance, on en donne également la définition. À l'image de la variance qui fait la somme des carrés des écarts à la moyenne divisé par le nombre d'individus, la covariance fait la somme des produits des écarts à la moyenne des deux variables qu'elle divise par le nombre d'individus. Elle permet d'évaluer le sens de variation de deux variables et de qualifier leur indépendance. Une autre façon d'énoncer cette définition est de dire que le coefficient de corrélation est le rapport de la somme des produits deux à deux des variables centrées réduites sur le nombre d'individus. Il s'agit donc d'un nombre compris entre -1 et 1. Calculé à partir des données centrées réduites (voir plus loin), il est indépendant des moyennes et des écarts types des deux variables.

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\text{Cov}(X,Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

Figure 15-19 Le coefficient de corrélation (ρ) est le rapport de la covariance des deux variables sur le produit de leurs écarts-types.

BON À SAVOIR Fonction PEARSON

Le coefficient de corrélation d'échantillonnage de Pearson donné par la fonction **PEARSON** renvoie exactement la même valeur que le coefficient de corrélation. L'algorithme qui définit le coefficient de Pearson est un rapport semblable dans lequel on aurait multiplié le numérateur et le dénominateur par n (le nombre d'observations).

Calculer le coefficient de corrélation

Excel fournit la fonction **COEFFICIENT.CORRELATION** qui, à partir des données de deux variables, renvoie directement leur coefficient de corrélation. Cette fonction calcule ce coefficient à partir des valeurs brutes de chaque variable (vous n'avez pas besoin de calculer au préalable les deux variables centrées réduites correspondantes). Les cinq coefficients affichés dans la plage D3:H3 de la figure 15-22 ont été obtenus ainsi (la fonction **COEFFICIENT.CORRELATION** utilise les données présentées figure 15-17).

COMPRENDRE Variable centrée réduite

Quatre des dix variables présentées figure 15-17 ont été soumises au même traitement. On a soustrait de chaque valeur la moyenne de la variable, puis on a divisé le résultat par l'écart-type. Les valeurs ainsi obtenues définissent quatre nouvelles variables qualifiées de centrées réduites. Il se trouve qu'Excel fournit la fonction **CENTREE.REDUITE** qui renvoie directement ce résultat à partir de ses trois arguments (valeur, moyenne et écart-type). La figure 15-21 en donne une illustration. Ce tableau est situé sur une feuille nommée **CentrRed**.

Les variables centrées réduites présentent l'avantage d'être complètement indépendantes des unités de départ. Elles permettent ainsi des comparaisons entre populations de natures diverses : on peut comparer les résultats d'une société et d'une filiale, de deux groupes d'individus différents, et ainsi de suite.

	B	D	E	F	G	H
2		Moyenne annuelle		Examen blanc		
3		P	H	P	H	
4	Moyenne	11,42	10,67	13,44	12,56	
5	Écart-type	4,68	3,26	3,02	2,42	
6	ATIER	-1,23	1,12	-1,80	1,01	
7						
8						
9						
10						
11						

Formules dans la cellule E6 : $=\text{Notes!Y3-D4}/\text{D5}$
 Formule dans la cellule F6 : $=\text{Notes!A43-E4}/\text{E5}$

Figure 15-20 Détail du calcul, pour le premier élève de la liste, permettant d'obtenir les premières valeurs des quatre variables centrées réduites

La moyenne d'une variable centrée réduite est égale à 0 et son écart-type est égal à 1. Par conséquent, l'unité de mesure d'une variable centrée réduite est l'écart-type. Une note égale à 1 signifie qu'elle est située à un écart-type de la moyenne, une note égale à 2 qu'elle est située à deux écarts-types, etc.

	B	D	E	F	G	H
2		Moyenne annuelle		Examen blanc		
3		P	H	P	H	
4	Moyenne	11,42	10,67	13,44	12,56	
5	Écart-type	4,68	3,26	3,02	2,42	
6	ATIER	-1,23	1,12	-1,80	1,01	
7	BAYON	0,98	0,00	0,85	-0,23	
8	BEDAS	1,48	1,22	1,18	0,60	
9	BERTHIER	-0,38	0,10	-0,81	0,18	
10	CAFU	1,19	1,02	1,51	1,42	
11	CANTREL	-0,30	-0,31	-0,81	-0,23	
12	DUPONT	0,12	1,02	0,19	0,18	
13	DURAND	-0,45	-1,13	-0,48	-1,47	
14	FATEU	-0,66	-0,82	-0,48	-1,06	
15	FROUIN	-1,27	0,51	-0,81	0,18	
16	GRENAT	0,05	-0,10	0,19	-0,65	
17	LANGOT	-0,52	-1,33	-0,81	-0,23	
18	LAPEYRE	-1,02	1,22	-0,81	0,18	
19	LEGRAND	-1,16	-0,82	-0,81	-0,65	
20	LIERT	1,62	1,12	2,17	1,84	
21	MENLAC	-1,30	-1,23	-0,81	-0,65	
22	MIELET	0,41	-0,92	0,19	-0,65	
23	OPERT	-1,16	-1,23	-0,81	-0,65	
24	PELISSE	-1,66	0,70	-1,14	-1,06	
25	PION	1,11	0,70	1,14	1,06	
26	RENNET	0,12	1,02	0,19	0,18	
27	ALAN					
28						
29						
30						

Formules dans la cellule E6 : $=\text{MOYENNE}(\text{Notes!Y3:Y27})$
 Formule dans la cellule F6 : $=\text{ECARTYPE.PEARSON}(\text{Notes!Y3:Y27})$
 Formule dans la cellule G6 : $=\text{CENTREE.REDUITE}(\text{Notes!Y3:D4,D5})$

Figure 15-21 Mise en œuvre de la fonction **CENTREE.REDUITE** pour transformer les valeurs des quatre variables étudiées (physique et histoire en moyenne annuelle et examen blanc).

ALLER PLUS LOIN Diverses approches du coefficient de corrélation

Les diverses fonctions fournies par Excel permettent d'appréhender le coefficient de corrélation de plusieurs façons. Les calculs proposés ici s'appliquent aux notes obtenues en physique. Les deux variables étudiées sont donc la moyenne annuelle et les notes obtenues à l'examen blanc pour cette matière. Dans la cellule E8 de la figure 15-22, on a fait la somme des produits deux à deux des deux variables centrées réduites. Vous pouvez vérifier que le rapport de cette somme sur le nombre d'individus donne bien le même résultat que la fonction **COEFFICIENT.CORRELATION** (voir figure 15-23).

Dans la plage E14:E18, on a appliqué la définition du coefficient de corrélation donnée figure 15-19. On a donc d'abord calculé la covariance à l'aide de la fonction **COVARIANCE.PEARSON**, puis l'écart-type des deux variables. Le rapport de la covariance sur le produit des deux écarts-types redonne bien le même résultat que la fonction **COEFFICIENT.CORRELATION**.

La définition de la covariance donnée figure 15-19 correspond à la fonction Excel **COVARIANCE.PEARSON** (au dénominateur du rapport figure le nombre d'individus). Or, quelques pages plus haut, quand nous avons présenté variance et écart-type, nous avons fait allusion au fait qu'il existait deux couples de fonctions (**VAR.PN** et **ECARTYPE.PEARSON** quand on travaillait à partir des données d'une population, et **VAR.S** et **ECARTYPE.STANDARD** quand on travaillait à partir des données d'un échantillon). Cette nuance existe également avec la covariance pour laquelle Excel fournit la fonction **COVARIANCE.PEARSON** (n au dénominateur) et **COVARIANCE.STANDARD** (n-1 au dénominateur). Les formules proposées dans la plage E23:E28 détaillent les calculs correspondant à ces deux natures

de covariances. Faites attention, car la cellule E23 contient une formule matricielle. Il faut donc la valider correctement.

En outre, Excel fournit une troisième fonction, **COVARIANCE**, qui est l'ancienne forme de la fonction **COVARIANCE.PEARSON**. Elle est conservée pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Figure 15-22 Détail de quelques calculs pour mieux comprendre coefficient de corrélation et covariance. La colonne G affiche la syntaxe des formules entrées en E8:E28.

	B	C	E	F	G
2		Diverses approches du coefficient de corrélation			
3		Calculs sur les notes obtenues en physique			
4					
5		Première méthode de calcul			
6		Somme des produits deux à deux des variables centrées réduites	23,11		$=\text{SOMMEPROD}(\text{CentrRed!D\$6:D\$30}; \text{CentrRed!G\$6:G\$30})$
7		Nombre d'individus	25,00		
8		Coefficient de corrélation	0,92		$=\text{E8}/\text{E9}$
9					
10		Deuxième méthode de calcul			
11					
12		Covariance des deux variables	13,06		$=\text{COVARIANCE.PEARSON}(\text{Notes!AE3:AE27}; \text{Notes!Y3:Y27})$
13		Écart-type de la variable Examen blanc	3,02		$=\text{ECARTYPE.PEARSON}(\text{Notes!AE3:AE27})$
14		Écart-type de la variable Moyenne annuelle	4,68		$=\text{ECARTYPE.PEARSON}(\text{Notes!Y3:Y27})$
15		Produit des écart-types	14,12		$=\text{E13}*\text{E14}$
16		Coefficient de corrélation	0,92		$=\text{E12}/\text{E15}$
17					
18		Compléments relatifs à la covariance			
19					
20		Somme des produits deux à deux des écarts variable - Moyenne	326,38		$=\text{SOMME}((\text{Notes!Y3:Y27}-\text{MOYENNE}(\text{Notes!Y3:Y27}))*(\text{Notes!AE3:AE27}-\text{MOYENNE}(\text{Notes!AE3:AE27})))$
21		Covariance Pearson	13,06		$=\text{E23}/\text{E9}$
22					
23		Covariance standard	13,60		$=\text{COVARIANCE.STANDARD}(\text{Notes!AE3:AE27}; \text{Notes!Y3:Y27})$
24		Covariance Standard	13,60		$=\text{E23}/(\text{E9}-1)$
25					
26					
27					
28					

Figure 15-23
Mise en œuvre de la fonction COEFFICIENT.CORRELATION à partir des données stockées dans la feuille Notes (figure 15-17)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2				M	P	F	H	L	
3			Coefficient de corrélation	0,87	0,92	0,88	0,84	0,91	
4				=COEFFICIENT.CORRELATION(Notes!AD3:AD27;Notes!X3:X27)					

Utiliser la régression

Vous avez sans doute remarqué que les graphiques présentés figure 15-18 montraient des nuages de points prenant des formes d'ellipses allongées, et il ne vous aura pas échappé non plus que les coefficients de corrélation calculés dans la section précédente sont tous assez proches de 1 (ils varient entre 0,84 et 0,92). Ces deux observations laissent supposer que les variables Moyenne annuelle et Examen blanc sont assez étroitement liées. Si les points ne dessinaient pas de forme particulière et si les coefficients de corrélation étaient plus proches de zéro, nous pourrions émettre davantage de doutes sur cette éventuelle liaison.

Il n'est donc pas aberrant de chercher dans quelle mesure la note à l'examen blanc (Y) peut être expliquée par la moyenne annuelle (X) à travers une relation du type $Y_t = mX + b$. Il s'agit de l'équation de la droite de pente m et d'ordonnée à l'origine b. Comme c'est en physique que le coefficient de corrélation est le plus élevé, c'est pour cette matière que nous allons mettre en place la droite de régression représentée figure 15-24.

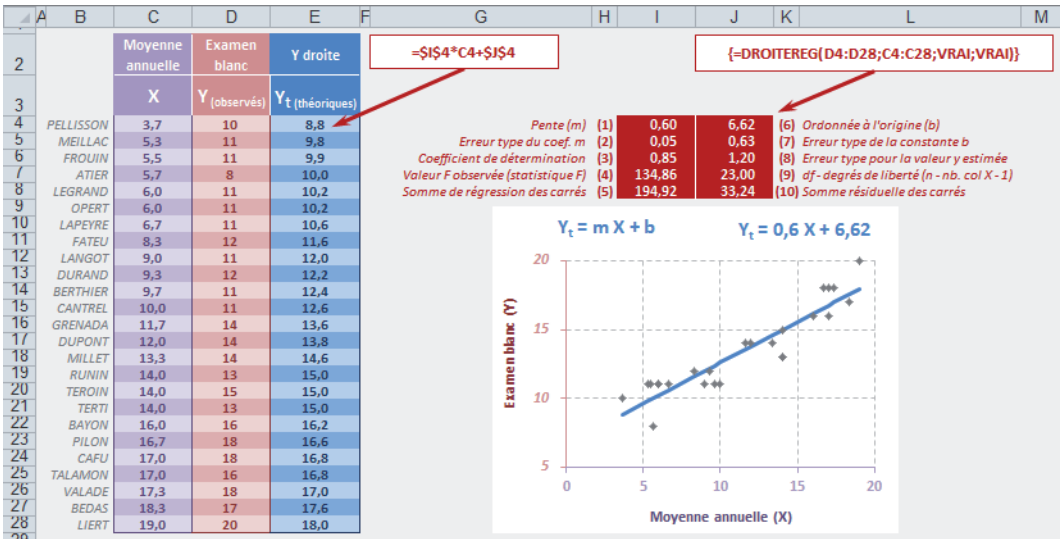


Figure 15-24 La fonction DROITEREG renvoie une matrice de dix valeurs (I4:I8) qui permettent de définir l'équation de la droite de régression et d'en nuancer la représentativité.

Régression simple

On cherche la droite qui constituera la meilleure image stylisée du nuage de points gris représenté figure 15-24. Bien évidemment, à moins qu'en des circonstances exceptionnelles les points du nuage s'alignent parfaitement sur la droite, le résultat obtenu ne décrit qu'imparfaitement la réalité. La fonction **DROITEREG** utilisée ici pour définir les paramètres **m** et **b** de l'équation de la droite de régression renvoie donc toute une série de valeurs statistiques qui permettent de mesurer la pertinence de la modélisation obtenue. À la figure 15-24, on a repris en colonnes **C** et **D** la moyenne annuelle et les résultats à l'examen blanc pour la physique. La fonction **DROITEREG** a ensuite été entrée dans la plage **I4:J8**. Comme elle renvoie plusieurs résultats simultanément, il s'agit d'une fonction matricielle qui doit être traitée comme telle, c'est-à-dire, validée en pressant simultanément les touches **Ctrl+Maj+Entrée**, en ayant, préalablement à sa saisie, sélectionné la plage **I4:J8**.

Sa syntaxe est donnée dans le cadre situé dans le coin supérieur droit de la figure. Les deux premiers arguments permettent de préciser les plages occupées par les données des variables **Y** et **X**. Le troisième argument, s'il est égal à **FAUX**, indique que **b** doit être forcé à 0 (on cherche alors une droite d'équation $Y_t = mX$). S'il est égal à **VRAI** ou omis, **b** est calculé « normalement ». Lorsque le quatrième argument est **VRAI**, toutes les valeurs statistiques sont renvoyées (il faut juste, avant la saisie de la fonction, avoir sélectionné une plage suffisamment grande pour qu'Excel ait la place de les afficher). Dans le cadre d'une régression simple, la fonction peut renvoyer jusqu'à dix valeurs. Leur rôle est indiqué de part et d'autre de la plage **I4:J8**.

Tableau 15-5 Résultats renvoyés par la fonction DROITEREG

Résultat	Utilisation
Pente (1) et ordonnée à l'origine (6)	Les deux premiers résultats retournés par la fonction sont la pente (0,6) et l'ordonnée à l'origine (6,62) de la droite de régression. Ils permettent d'établir l'équation de la droite suivante : $Y_t = 0,6 X + 6,62$. Cette équation a été utilisée en colonne E pour trouver la variable Y « théorique » qui donne la valeur des points de la droite pour les x connus. La formule entrée en E4 est indiquée en rouge dans le cadre blanc. Elle a ensuite été recopiée dans la plage E5:E28 .
Coefficient de détermination (3)	Cet indice mesure la similitude entre les valeurs y estimées et les valeurs y réelles. Dans notre exemple, il est égal à 0,85. Il est équivalent au coefficient de corrélation élevé au carré.
Erreurs types (2) (7) et (8)	DROITEREG renvoie trois mesures d'erreur. L'erreur type pour la valeur y estimée (1,2 dans notre exemple) mesure le degré d'erreur dans la prévision de y à partir de x . Les deux autres résultats (Erreur type du coefficient m : 0,05 et Erreur type de la constante b : 0,63) mesurent la fiabilité des deux paramètres m et b qui participent à la construction de l'équation de la droite de régression.
Somme de régression des carrés (5) et somme résiduelle des carrés (10)	Ces deux valeurs peuvent être utilisées pour calculer le coefficient de détermination. La somme résiduelle des carrés correspond à la somme du carré des écarts entre la variable Y observée et la variable Y théorique. La somme de régression des carrés correspond à la différence entre la somme résiduelle des carrés et la somme totale des carrés (cette dernière étant égale au produit de la variance par le nombre d'individus).
Valeur F (4) et df, degrés de liberté (9)	Ces deux derniers paramètres (134,86 et 23) seront abordés dans la section traitant de la régression multiple.

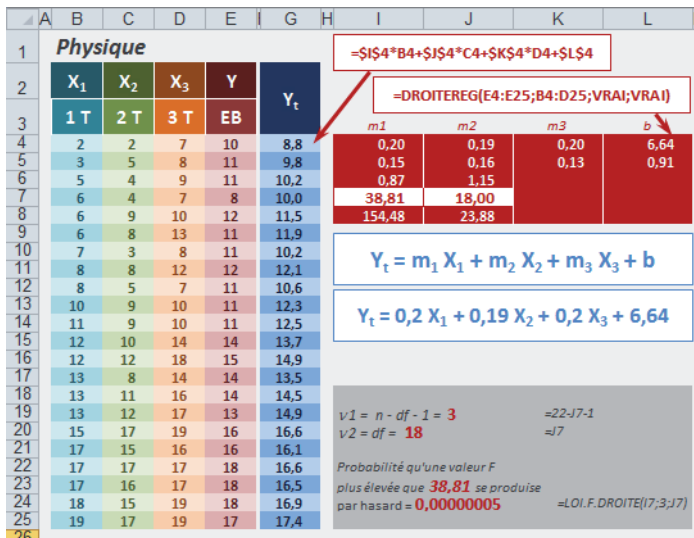


Figure 15–26

La fonction DROITEREG renvoie une matrice de quatorze valeurs (I4:L8) qui permettent de définir l'équation $Y_t = 0,2 X_1 + 0,19 X_2 + 0,2 X_3 + 6,64$.

EN PRATIQUE Soigner la taille de la matrice

Avant d'entrer la fonction, il faut sélectionner une plage suffisante (I4:L8) pour qu'Excel ait la place d'afficher tous les résultats (le nombre de lignes reste inchangé, c'est le nombre de colonnes qui évolue). Avec trois variables X , il faut sélectionner quatre colonnes (trois pour renvoyer les coefficients m_1 , m_2 et m_3 , et la quatrième pour renvoyer la valeur de b). Sur la deuxième ligne de la matrice, la fonction renvoie également quatre erreurs types (trois s'appliquant aux coefficients m_1 , m_2 , m_3 , et la quatrième concernant b).

Les six autres cellules (I6:J8) affichent les mêmes paramètres que dans le cadre d'une régression simple. Les cellules K6:L8 inutilisées par DROITEREG affichent normalement des valeurs d'erreur #N/A, mais, pour améliorer la lisibilité de la figure, on les a masquées avec une mise en forme conditionnelle. Si l'utilisateur ne sélectionne pas une matrice de taille suffisante, Excel ne renverra qu'une partie des résultats attendus.

Les deux paramètres Valeur F observée ($v_1 = 38,81$) et df ($v_2 = 18$) peuvent être utilisés pour tester la fiabilité du coefficient de détermination. Plus ce dernier est proche de 1, plus la corrélation entre les variables X et Y est forte, et plus l'équation de régression peut être utilisée avec confiance pour prévoir une valeur y quelconque.

Dans notre exemple, le coefficient de détermination est égal à 0,87. 0,87 étant assez proche de 1, on est tenté de penser que l'équation trouvée peut fournir un bon modèle de prévision. Mais, comme pour tout indicateur statistique, il est précieux de l'associer à une probabilité qui permettra de quantifier le risque couru en faisant confiance au modèle. Les valeurs F et df sont là pour nous aider dans cette tâche.

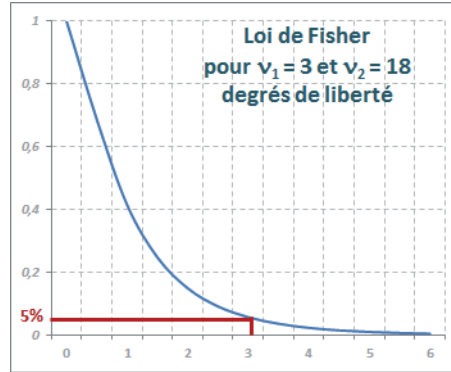
La Valeur F observée renvoyée par DROITEREG est une valeur butoir à mettre en perspective avec la loi de Fisher pour évaluer la probabilité

COMPRENDRE Degrés de liberté

Le calcul de LOI.F.DROITE (loi de Fisher) s'effectue en fonction des degrés de liberté v_1 et v_2 . Dans le cadre de l'étude des lois théoriques, nous reviendrons un peu plus loin sur la notion de degré de liberté. Pour l'instant, sachez simplement que la loi de Fisher prend en compte les deux paramètres v_1 et v_2 pour renvoyer des valeurs différentes. Dans le cadre de notre droite de régression, les valeurs à retenir pour v_1 et v_2 sont $v_1 = nb. Individus - df - 1 = 22 - 18 - 1 = 3$, et $v_2 = df = 18$. df est calculé à partir du nombre d'observations (22 dans notre exemple, puisqu'on a supprimé les données des élèves pour lesquels il manquait une note trimestrielle) auquel on soustrait le nombre de variables X (3 dans notre exemple) puis 1. On a donc $df = 22 - 3 - 1 = 18$.

Figure 15-27

Pour tracer cette courbe, on a utilisé la fonction Excel LOI.F.DROITE avec $v_1 = 3$ et $v_2 = 18$ degrés de liberté. Toutes les valeurs de F supérieures à 3,16 correspondent à un coefficient significatif avec un risque d'erreur inférieur à 5 %.



ALLER PLUS LOIN Fonction LOGREG

Si, au lieu de dessiner une droite votre nuage de points suit une courbe exponentielle, vous obtiendrez une meilleure modélisation en utilisant la fonction **LOGREG**. Cette dernière renvoie la même matrice de paramètres que **DROITEREG**, en sachant que, dans ce cas, les coefficients décrivent l'équation affichée figure 15-28.

Les méthodes utilisées pour tester l'équation obtenue sont les mêmes que pour la fonction **DROITEREG**. Elles sont calquées sur le modèle linéaire suivant : $\ln(Y) = \ln(b) + X_1 \ln(m_1) + X_2 \ln(m_2) + \dots + X_n \ln(m_n)$. Ainsi, les erreurs types renvoyées dans la deuxième ligne de la matrice résultat doivent être rapprochées de $\ln(m_1)$, $\ln(m_2)$, $\ln(b)$ et non de m_1 , m_2 ou b .

$$Y_t = b m_1^{X_1} m_2^{X_2} \dots m_n^{X_n}$$

Figure 15-28 Équation de la courbe de régression construite à partir des valeurs renvoyées par la fonction LOGREG

d'obtenir une valeur F supérieure par hasard. Pour rapprocher 38,81 des valeurs renvoyées par la loi de Fisher, vous pouvez vous reporter aux tables statistiques (qui, avec les degrés de liberté 3 et 18 et pour un risque assumé α égal à 5 %, donne la valeur 3,16) ou utiliser la fonction Excel **LOI.F.DROITE** (voir la fin de ce chapitre sur les distributions théoriques).

À la figure 15-27, on a matérialisé la limite correspondant au risque habituellement accepté de 5 %. Il correspond bien à ce que vous pouvez lire dans les tables statistiques, à savoir une valeur qui tourne autour de 3,16.

LOI.F.DROITE(38,81;3;18) renvoie 0,00000005 qui est une probabilité très faible (ce qui est cohérent avec le graphique puisque 38,81 se trouve bien au-delà de 6, dernière valeur représentée). Vous pouvez donc en conclure que « l'explication » de la note à l'examen blanc par les trois notes trimestrielles à travers l'équation $Y_t = 0,2 X_1 + 0,19 X_2 + 0,2 X_3 + 6,64$ n'est pas sans fondement.

Faire des prévisions

La régression étudiée dans les sections précédentes permet de modéliser une variable à travers une équation. La plupart du temps, l'objectif de ce modèle est de faire des prévisions. Comme on l'a fait dans la plage E4:E28 de la figure 15-24, il est possible d'appliquer l'équation à diverses valeurs de X pour obtenir toutes les valeurs Y théoriques souhaitées. Néanmoins, Excel propose une autre panoplie de fonctions capables de renvoyer directement ces valeurs théoriques.

À **DROITEREG** correspond la fonction **TENDANCE**, et à **LOGREG**, la fonction **CROISSANCE**. Il s'agit de fonctions matricielles qu'il convient de valider en pressant simultanément les touches **Ctrl+Maj+Entrée**.

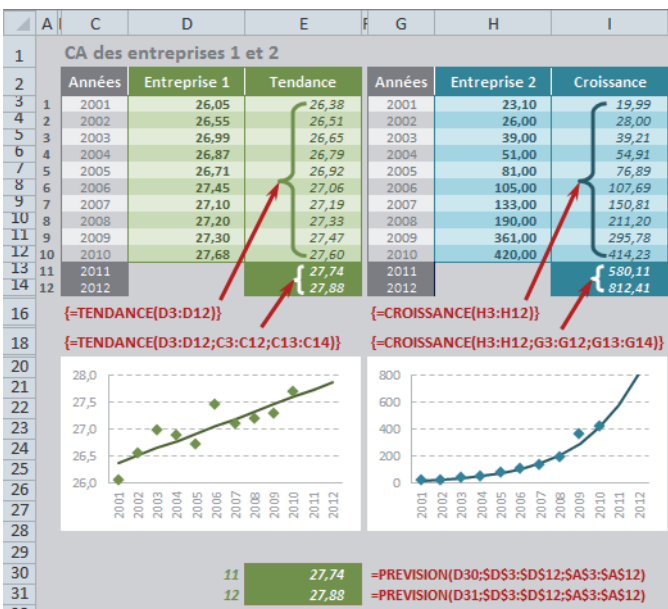


Figure 15-29
Les fonctions TENDANCE et CROISSANCE calculent des valeurs prévisionnelles à partir de trois matrices de données : les Y connus, les X connus et les X pour lesquels on souhaite la prévision.

Tableau 15-6 Faire des prévisions

Fonction	Description
TENDANCE et PREVISION	<p>La plage D3:D12 contient les chiffres d'affaires de l'entreprise 1 sur les dix dernières années. La fonction TENDANCE a été entrée une première fois dans la plage E3:E12 pour calculer les valeurs Y théoriques correspondant à la droite de régression. Sa syntaxe apparaît en rouge sous le tableau. Elle a été entrée une deuxième fois dans la plage E13:E14 en précisant les deuxième et troisième arguments qui désignent les valeurs de X connues et les valeurs de X pour lesquelles on souhaite une prévision.</p> <p>Si vous souhaitez obtenir un seul Y prévisionnel, vous pouvez également utiliser la fonction PREVISION (page E30:E31 de la figure 15-29). Dans ce cas, il faut simplement veiller à ce que les valeurs de X soient exprimées sous la forme 1, 2, 3, etc. (page A3:A14 de la figure 15-29). La syntaxe des fonctions est donnée en G30 et G31.</p>
CROISSANCE	<p>La plage H3:H12 contient les chiffres d'affaires de l'entreprise 2 sur les dix dernières années. Sa croissance présentant un caractère exponentiel, c'est la fonction CROISSANCE qui semblait la mieux adaptée pour modéliser sa distribution. Elle a été entrée deux fois, d'abord avec un argument dans la plage I3:I12, puis en précisant les deuxième et troisième arguments (les X connus et ceux pour lesquels on souhaite une prévision) dans la plage I13:I14.</p>

Distributions théoriques

Dans les sections précédentes, nous avons abordé les fonctions statistiques (moyennes, écarts-types, quartiles, etc.) permettant d'étudier de façon détaillée des variables quantitatives observées.

Pour de nombreuses raisons, il peut être utile de disposer de distributions théoriques. Ces dernières permettent :

- de caractériser une distribution observée en constatant qu'elle est très proche d'une distribution théorique de référence ;

COMPRENDRE Fonction de densité

La figure 15-30 affiche six représentations des variables étudiées au début de ce chapitre. Pour chacune, on a tracé, à partir de l'histogramme, le polygone des fréquences qui donne une approximation continue de la variable. En théorie, la distribution d'une variable continue est déterminée par une fonction réelle appelée fonction de densité. Cette dernière prend des valeurs positives dans l'intervalle associé à l'ensemble des modalités de la variable et des valeurs nulles ailleurs. La fonction de densité permet de calculer la proportion d'individus pour lesquels la variable prend une valeur entre deux nombres quelconques a et b .

Cette proportion est égale à l'aire située sous la courbe définie par la fonction de densité, entre les nombres a et b . L'ensemble des modalités de la variable (en théorie de $-\infty$ à $+\infty$ et en pratique le vecteur pour lequel la variable est définie et non nulle) correspond à 100 % de la population. L'aire sous la courbe est donc égale à 1. La figure 15-31 illustre une forme possible de fonction de densité.

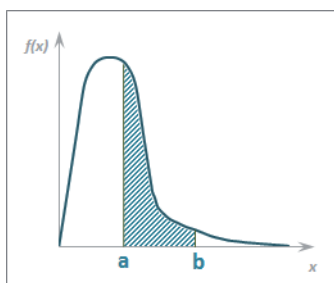


Figure 15-31 Forme possible d'une fonction de densité. L'aire hachurée de bleu représente la proportion d'individus pour lesquels la variable prend une valeur entre a et b .

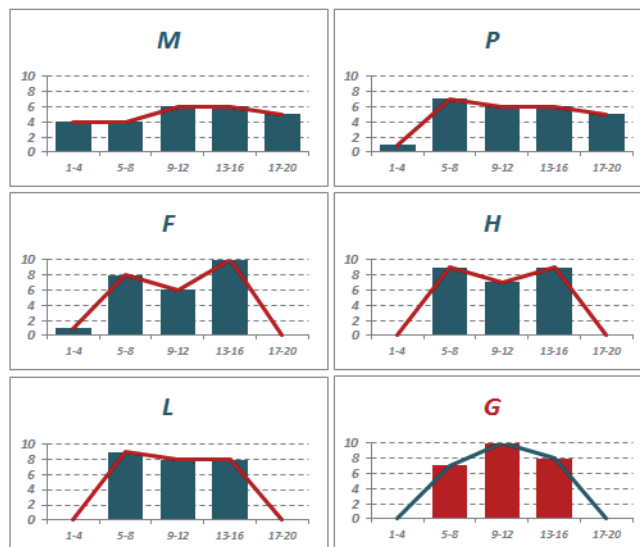


Figure 15-30 Représentation de la distribution des cinq variables « Moyenne par matière » et de la variable « Moyenne générale »

DÉFINITION Variable aléatoire

Il s'agit d'une variable à partir de laquelle on peut déduire une distribution de fréquences probables (ou distribution de probabilités), par opposition à une variable statistique à partir de laquelle on établit des distributions de fréquences observées.

Tout comme pour une variable statistique, on peut calculer les caractéristiques de tendance centrale et de dispersion d'une variable aléatoire. Les plus usuelles sont la moyenne et la variance. La variance ne change pas de nom, mais la moyenne est appelée espérance pour illustrer le fait qu'elle représente une moyenne possible et non une moyenne de valeurs observées.

- d'évaluer la vraisemblance d'hypothèses, en confrontant la distribution observée et la distribution théorique attendue ;
- de calculer une probabilité approchée en utilisant une distribution théorique, jumelle de celle du phénomène observé (probabilités associées à un indicateur statistique).

Ces entités « magiques » sont proposées par la théorie des probabilités, dans laquelle la grandeur étudiée s'appelle variable aléatoire, et la distribution associée loi de la variable aléatoire. Excel propose une quarantaine de fonctions couvrant une douzaine de lois.

Lois de probabilités discrètes

Les variables discrètes prennent un nombre fini de valeurs différentes. La distribution d'une variable discrète observée est caractérisée par le pourcentage d'individus associé à chaque modalité. Avec une variable discrète aléatoire, ces pourcentages sont remplacés par des probabilités : nombres compris entre 0 et 1 et dont la somme vaut 1.

Loi binomiale

La loi binomiale est la variable aléatoire discrète la plus utilisée en statistiques.

La loi binomiale modélise ce que l'on appelle un tirage « avec remise » par opposition au tirage « sans remise ». Son espérance est égale à np . Dans l'exemple présenté figure 15-33, on a bien $4 * 0,5 = 2$ qui correspond au calcul obtenu cellule H22 (syntaxe de la formule en J22). Sa variance est égale à npq . Dans l'exemple présenté figure 15-33, on a bien $4 * 0,5 * 0,5 = 1$ qui correspond au calcul obtenu cellule H23 (syntaxe de la formule en J23).

Plus n est grand, plus le calcul de $P(k)$ est lourd. Généralement, au-delà d'un certain seuil (dès que $np > 5$ et $nq > 5$) on fait appel à la loi normale de même moyenne (np) et même variance (npq). Lorsque p est très petit ($p < 0,1$), on utilise la loi de Poisson qui dépend d'un paramètre unique noté λ , réel strictement positif ($\lambda = np$).

COMPRENDRE Les fondements de cette loi

Une expérience aléatoire est dite épreuve de Bernoulli si l'ensemble de ses résultats peut se résumer à deux états portant le nom de succès et d'échec (lancer de pièce, réponse ou non-réponse à un questionnaire, etc.). À partir de la probabilité de succès, notée p , on déduit la probabilité d'échec, notée q , car $q = 1 - p$. Prenons l'exemple d'une pièce de monnaie jetée en l'air n fois. Elle va retomber k fois du côté face (que l'on considère arbitrairement comme k succès) et $n - k$ fois du côté pile ($n - k$ échecs).

La loi binomiale est parfaitement adaptée à ce genre de problématique. Elle permet de connaître la probabilité d'obtenir k succès, en d'autres termes de connaître $P(k)$. Les règles mathématiques de calcul des probabilités permettent d'aboutir à la formule exprimée figure 15-32.

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Figure 15-32 On appelle loi binomiale l'ensemble des valeurs de $P(k)$. En réalité, cette formule définit plutôt une famille de lois, chacune étant déterminée par une valeur de n et de p .

Pour mieux comprendre le lien entre les épreuves de Bernoulli et cette formule, voici un exemple concret. Considérons une pièce de monnaie parfaitement équilibrée, c'est-à-dire ayant une probabilité $p = 0,5$ de tomber du côté face, et donc une probabilité $q = 1 - p = 1 - 0,5 = 0,5$ de tomber du côté pile. Imaginons maintenant quatre lancers successifs de cette pièce et considérons tous les résultats possibles. Le tableau gris situé à gauche dans la figure 15-33 liste les 16 situations envisageables. En colonne C, on a indiqué les résultats du premier lancer, en colonne D, les résultats du second lancer et ainsi de suite. La valeur 1 symbolise le côté face et 0 le côté pile. En colonne H, on a simplement dénombré le nombre de fois où le côté face a été obtenu, c'est-à-dire k , le nombre de succès.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	Éventail des possibilités														
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															

Tirages		Nb succès (k)		
1	2	3	4	(k)
1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	0	1	0
4	0	0	1	1
5	0	1	0	0
6	0	1	0	1
7	0	1	1	0
8	0	1	1	1
9	1	0	0	0
10	1	0	0	1
11	1	0	1	0
12	1	0	1	1
13	1	1	0	0
14	1	1	0	1
15	1	1	1	0
16	1	1	1	1

k	Fré- quence	P(k)	P(k)	P(k)
0	1	0,063	0,063	0,063
1	4	0,250	0,250	0,250
2	6	0,375	0,375	0,375
3	4	0,250	0,250	0,250
4	1	0,063	0,063	0,063
Total	16	1,000	1,000	1,000

=K5/NB(\$H\$5:\$H\$20)

=LOI.BINOMIALE.N(J5;4;0,5;FAUX)

=(FACT(4)/(FACT(J5)*FACT(4-J5)))*(0,5^J5)*(0,5^(4-J5))

=MOYENNE(H5:H20)

=VAR.P.N(H5:H20)

Figure 15-33 Approche concrète de la loi binomiale à travers l'exemple de quatre lancers successifs d'une pièce de monnaie

Dans le tableau de droite, on a listé en colonne J toutes les valeurs de k possibles. Ces valeurs vont de 0 (4 côtés pile) à 4 (4 côtés face). En colonne K, on a calculé les fréquences obtenues dans le tableau gris pour chaque valeur de k . En colonne L, on a simplement fait le rapport entre ces fréquences et le nombre total de situations possibles, ce qui donne la probabilité d'obtenir chaque valeur de k , c'est-à-dire $P(k)$. Dans les colonnes suivantes (M et N), on a appliqué la fonction Excel **LOI.BINOMIALE.N** et l'algorithme qui la sous-tend (figure 15-32) afin de vérifier que les trois méthodes de calcul renvoyaient bien la même probabilité. Il faut bien entendu insister sur le fait que ces chiffres supposent que la pièce est parfaitement équilibrée ($p = 0,5$). Dans le cas inverse, il faudrait utiliser une autre valeur de p . Si la pièce était déséquilibrée du côté pile, il faudrait utiliser une valeur de $p < 0,5$, et dans le cas inverse, une valeur de $p > 0,5$.

OUPS Combinaisons, arrangements, permutations

Ce petit aparté concerne le classement un peu étrange de certaines fonctions dans Excel 2010. Dans le chapitre 14, nous avions présenté la fonction *COMBIN* (rangée dans les fonctions Mathématiques !). Cette fonction s'appuie sur l'algorithme $n! / k! (n - k)!$ (combinaison de k éléments dans n) qui correspond bien au début de la formule affichée figure 15-32. Dans le cadre de la présentation de cette fonction, nous avions évoqué la notion d'arrangements qui calcule la même chose que la fonction *COMBIN*, mais, en tenant compte de l'ordre des k éléments, l'algorithme devient $n! / (n - k)!$. Or, Excel offre (mais cette fois-ci dans la catégorie Statistiques !) la fonction *PERMUTATION* qui s'appuie sur cet algorithme.

Figure 15-34 Mise en œuvre de la fonction PERMUTATION.
La syntaxe des formules entrées en C6:C9 est présentée en A6:A9.

	A	B	C
1	Nombre de permutations de k dans n =		$\frac{n!}{(n-k)!}$
3			
4		k =	2
5		n =	5
6		=PERMUTATION(C5;C4)	20
7		=FACT(C5)	120
8		=FACT(C5-C4)	6
9		=C7/C8	20

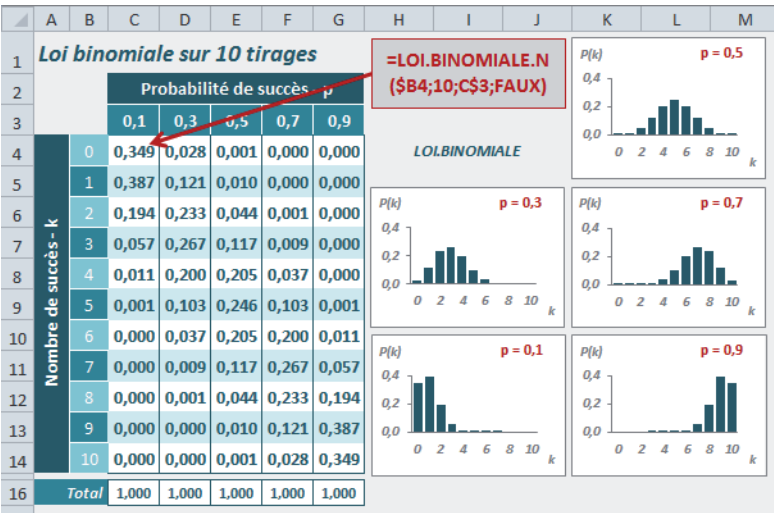


Figure 15-35 Mise en œuvre de la fonction LOI.BINOMIALE.N

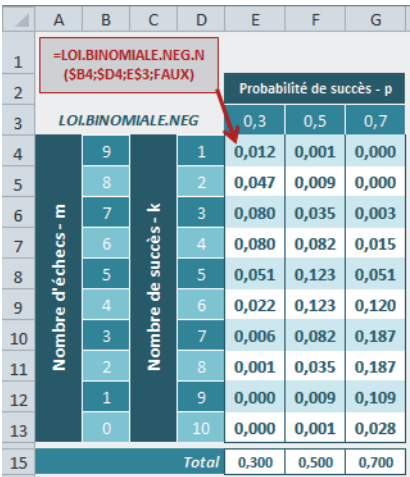


Figure 15-36 Mise en œuvre de la fonction LOI.BINOMIALE.NEG.N. Cette fonction applique la formule indiquée figure 15-37.

Tableau 15-7 Loi binomiale

Fonction	Description
LOI.BINOMIALE.N	La plage C4:G14 de la figure 15-35 donne un exemple d'utilisation de la fonction <i>LOI.BINOMIALE.N</i> pour $n = 10$ et $p = 0,1$, $p = 0,3$, $p = 0,5$, $p = 0,7$ et $p = 0,9$. Les cinq représentations graphiques correspondantes apparaissent juste à côté. <i>LOI.BINOMIALE</i> indiquée en italique est l'ancienne forme de la fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
LOI.BINOMIALE.NEG.N	La plage E4:G13 de la figure 15-36 propose une application de la fonction <i>LOI.BINOMIALE.NEG.N</i> pour $p = 0,3$, $p = 0,5$ et $p = 0,7$. Cette fonction renvoie la probabilité de passer par m échecs avant d'obtenir k succès. <i>LOI.BINOMIALE.NEG</i> indiquée en italique est l'ancienne forme de la fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Figure 15-37

Formule définissant la fonction LOI.BINOMIALE.NEG.N. Ici, k représente toujours le nombre de succès, et m le nombre d'échecs.

$$P(k) = \frac{(k+m-1)!}{(k-1)!m!} p^k (1-p)^m$$

Tableau 15-8 Loi binomiale

Fonction	Description
LOI.BINOMIALE.INVERSE	La fonction <i>LOI.BINOMIALE.INVERSE</i> renvoie la plus petite valeur de <i>k</i> pour laquelle la distribution binomiale cumulée est supérieure ou égale à un critère (<i>alpha</i>). La plage C4:G14 de la figure 15-38 accueille à nouveau la fonction <i>LOI.BINOMIALE.N</i> , mais, cette fois-ci, elle affiche les probabilités cumulées. La plage J4:N6 affiche plusieurs résultats possibles de la fonction <i>LOI.BINOMIALE.INVERSE</i> , toujours pour 10 tirages, 5 probabilités de succès différentes et 3 valeurs <i>alpha</i> . <i>CRITERE.LOI.BINOMIALE</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

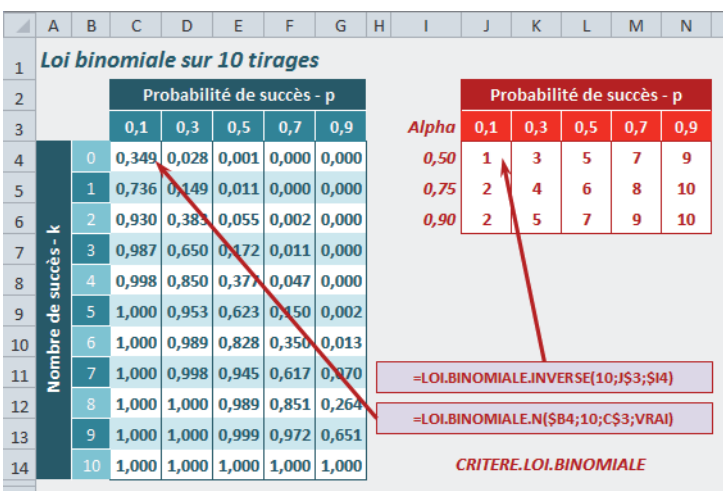


Figure 15-38 Mise en œuvre de la fonction LOI.BINOMIALE.INVERSE

PRATIQUE Fonction PROBABILITE

À partir du moment où vous avez réuni dans un tableau les modalités d'une variable et les probabilités correspondantes, vous pouvez utiliser la fonction *PROBABILITE* pour renvoyer la probabilité d'une modalité ou d'une classe de modalités.

L'exemple utilisé pour illustrer cette fonction est une variable qui associe l'ensemble des scores qu'il est possible d'obtenir en lançant deux dés (11 entiers compris entre 2 et 12) avec la probabilité associée à chaque modalité. On part du principe que les dés ne sont pas pipés. On a donc une probabilité de $1/6$ d'obtenir chaque face. Le nombre total de lancers possibles est donné par le produit entré en F1 (= $6 * 6$).

La probabilité d'obtenir 2 est renvoyée par la formule entrée en D5. Sa syntaxe est indiquée en rouge dans le cadre gris. La plage C5:C15 donne, pour chaque score, le total des combinaisons permettant de l'obtenir. La formule D5 a été recopiée dans la plage D6:D15.

Les cellules G8 et G13 donnent respectivement la probabilité d'obtenir 4 et celle d'obtenir un score compris entre 4 et 8 (cumul des cellules D7:D11). La syntaxe des formules correspondantes apparaît dans les cadres gris.

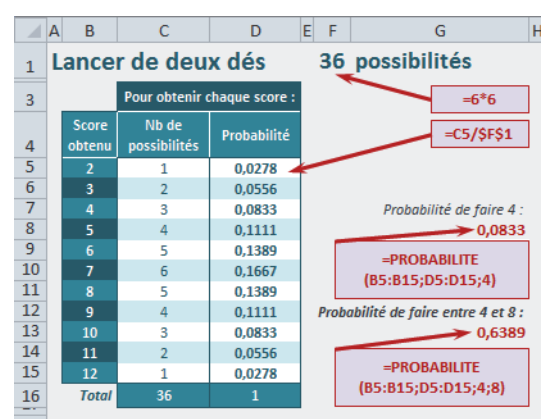


Figure 15-39 Mise en œuvre de la fonction PROBABILITE

Loi hypergéométrique

Alors que la loi binomiale modélisait des tirages « avec remise », la loi hypergéométrique modélise des tirages « sans remise ».

COMPRENDRE Tirages avec ou sans remise

Pour comprendre l'impact de cette notion de remise, prenons un cas concret. Imaginons un lycée réunissant 1 000 élèves (750 filles et 250 garçons). À partir de la population totale de ce lycée, on souhaite obtenir un échantillon de 10 individus réunissant 5 garçons. Quelle est la probabilité de réussir la construction de cet échantillon dans les proportions souhaitées ?

Il s'agit bien d'un tirage sans remise, car une fois un individu choisi, on ne peut pas le choisir une nouvelle fois. Si l'on représente les trois premières étapes de la construction de cet échantillon, on obtient la figure 15-40.

Pour le premier tirage, on a une probabilité de 250/1 000 d'obtenir un garçon. Mais dès la deuxième étape, la situation se complique. En effet, si le premier tirage était une fille, on a, à la deuxième étape, la probabilité de 250/999 de tirer un garçon. En revanche, si le premier tirage était un garçon, cette probabilité devient 249/999. La situation à la troisième étape se complique à nouveau, et il en est ainsi jusqu'à la dixième étape.

Néanmoins, pour simplifier les calculs, on peut considérer que les valeurs 250/999 et 249/999 sont assez proches. De ce fait, on les assimile et on considère qu'à chaque étape, la probabilité d'obtenir un garçon est égale à 1/4. On est donc ramené à la logique d'un tirage avec remise. Ainsi, dans un souci de simplification, à la place de la loi hypergéométrique, on utilise souvent une approximation par la loi binomiale. Nous verrons dans l'exemple présenté figure 15-43 que cette dernière est d'autant mieux adaptée que la population est très grande et l'échantillon très petit.

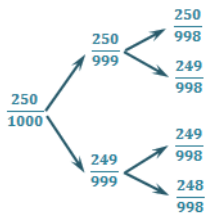


Figure 15-40 Probabilité de tirer un garçon dans les étapes 1 à 3 de la construction de l'échantillon

Elle dépend de trois paramètres : la taille de la population totale (N), le nombre d'individus (parmi les N) dotés de la propriété étudiée (K), et la taille de l'échantillon (n). Par analogie avec la loi binomiale, on note $p = K/N$ (dans notre exemple, p est bien égal à 250/1 000, c'est-à-dire 0,25). Son espérance est égale à np (dans notre exemple, $10 * 0,25$, c'est-à-dire, 2,5) et sa variance à (npq) [(N - n)/(N - 1)] (dans notre exemple, 1,86. Voir la figure 15-43).

$$P(k) = \frac{K!}{k!(K-k)!} \frac{(N-K)!}{(n-k)!(N-K-n+k)!} \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Figure 15-41

Formule définissant la fonction
LOI.HYPERGEOMETRIQUE.N

k : Nombre de succès de l'échantillon
n : Effectif de l'échantillon
K : Nombre de succès de la population
N : Effectif de la population

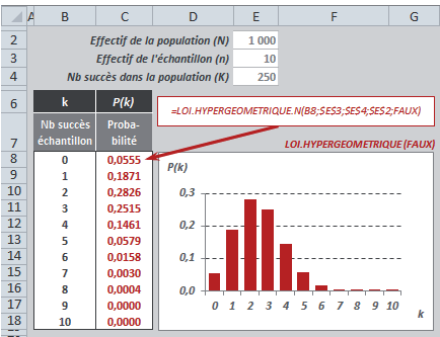


Figure 15-42 Mise en œuvre de la fonction
LOI.HYPERGEOMETRIQUE.N

La fonction LOI.HYPERGEOMETRIQUE.N renvoie la probabilité d'obtenir k succès dans un échantillon (n) sachant que la population (N) connaît elle-même K succès pour cette même propriété. La figure 15-42 montre un exemple d'utilisation de cette fonction. Le taux de succès de la population est de 1/4 et sa représentation (pour k = 1 à 10) apparaît en rouge dans le graphique. La formule dont la syntaxe apparaît en rouge dans le cadre blanc a été entrée en C8, puis recopiée dans toute la colonne. LOI.HYPERGEOMETRIQUE est l'ancienne forme de cette fonction (avec le dernier argument égal à FAUX). Elle est conservée pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

COMPRENDRE **Approximations de la loi hypergéométrique**

En reprenant l'exemple proposé en début de section, à savoir la création d'un échantillon de 10 élèves à partir de la population totale d'un lycée, on a mis au point la figure 15-43.

La plage C6:C12 reprend les données du problème initial et la plage C19:C21 utilise la fonction **LOI.HYPERGEOMETRIQUE.N** pour renvoyer la probabilité d'obtenir 1, 3 ou 5 garçons dans un échantillon de 10 individus. On trouve, dans la plage D19:D21, une approximation de ces résultats avec la fonction **LOI.BINOMIALE.N** qui utilise pour *p* la valeur *K* / *N* (250/1000). Dans la plage E19:E21, on a réalisé une deuxième approximation en utilisant la loi normale, avec comme espérance et variance, celles de la loi hypergéométrique (C13 et C14). Dans

la partie droite du tableau, on a fait exactement les mêmes calculs, mais en partant d'une population totale de 100 individus (au lieu de 1 000). On constate qu'avec une population importante (1 000) et un échantillon modeste (10), l'approximation réalisée avec la loi binomiale est assez fiable. En revanche, avec une population plus modeste (100), cette approximation devient légèrement moins bonne, mais reste toutefois proche des résultats renvoyés par la loi hypergéométrique. L'échantillon choisi est trop petit pour que les approximations réalisées avec la loi normale soient de bonne qualité (il faudrait un minimum de 21 individus pour respecter le seuil *np* > 5).

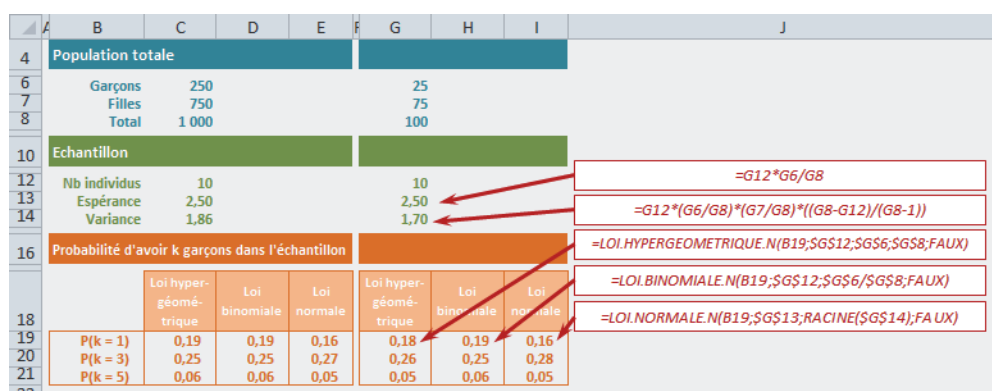


Figure 15-43 Approximations de la loi hypergéométrique par la loi binomiale et la loi normale

Loi de Poisson

La loi de Poisson est définie par la formule présentée figure 15-44. Elle ne dépend que d'un paramètre réel, λ (l'espérance), strictement positif égal à *np*.

λ correspond également à la variance de cette loi.

Elle est utilisée pour étudier les événements rares, cette rareté se traduisant par le fait que la probabilité que chaque événement survienne est faible (accidents, suicides d'enfants, mutations biologiques, etc.).

À la figure 15-45, la fonction **LOI.POISSON.N** a été mise en œuvre pour $\lambda = 1,1589$. Entrée une première fois dans la cellule C6, la formule dont la syntaxe apparaît en rouge dans le cadre blanc a été ensuite recopiée dans la plage C7:C16. Le graphique illustre les probabilités associées à chaque valeur de *k*. **LOI.POISSON** est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

$$P(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

k : Nombre de succès
 λ = *np* : Espérance

Figure 15-44

Formule définissant la fonction **LOI.POISSON.N**

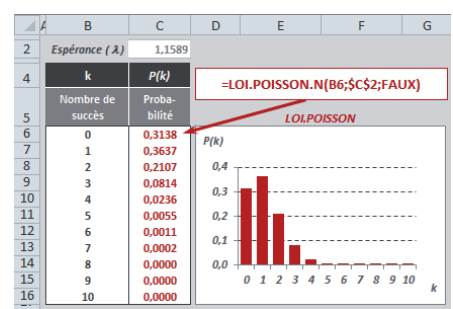


Figure 15-45 Mise en œuvre de la fonction **LOI.POISSON.N**

EN PRATIQUE Modéliser les appels téléphoniques d'un ermite

Pour l'aborder plus en détail, prenons un exemple. Sur une année, on a comptabilisé les appels téléphoniques quotidiens reçus par un ermite (ces valeurs varient de 0 à 6). On les a consignés dans un tableau (partie gauche de la figure 15-45). En colonne *D*, on a pu en déduire les fréquences observées et, en colonne *E*, le nombre d'appels annuels pour chaque classe (pour chaque valeur de *k*), la somme donnant le total d'appels annuels.

En *H8*, on a fait le rapport du nombre total d'appels sur le nombre de jours pour connaître la moyenne d'appels quotidiens (1,1589).

Pour modéliser cette distribution par une loi de Poisson, il faut d'abord vérifier que les conditions de cette modélisation sont remplies. Ces dernières sont :

- une valeur de $n > 50$ (ce qui est le cas puisque $n = 365$) ;
- une valeur de $np < 10$. Pour modéliser la distribution, on va adopter la moyenne de la variable observée (*H8*) comme espérance de la loi de Poisson : $\lambda = np = 1,1589$, qui est bien inférieure à 10 ;

- une valeur de $p < 0,1$. Connaissant np (1,1589) et connaissant n (365), on peut en déduire $p = np / n$, c'est-à-dire le contenu de la cellule *H10* (0,0032). p est bien inférieure à 0,1.

On peut donc utiliser la fonction *LOI.POISSON.N* avec les diverses valeurs de *k* (*B4:B10*) comme premier argument et 1,1589 comme valeur de λ . Exception faite des valeurs marginales ($k = 5$ et $k = 6$), les probabilités retournées dans la plage *J4:J10* reflètent assez bien les proportions observées dans la réalité. Dans la plage *K4:K10*, on a fait la même chose, mais en utilisant la fonction *LOI.BINOMIALE.N* avec $n = 365$ et $p = 0,0032$. À nouveau, on observe que les probabilités retournées sont assez fidèles à la réalité (en excluant toujours les deux valeurs marginales $k = 5$ et $k = 6$).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2		(k) - Nb d'appels quotidiens	n - Nb de jours	Fréquence observée	Nb d'appels annuels pour chaque k					Poisson P(k)	Binomiale P(k)
3		0	113	0,3096	0		=LOI.POISSON.N(B4;\$H\$8;FAUX)			0,3138	0,3133
4		1	132	0,3616	132		=LOI.BINOMIALE.N(B4;\$C\$12;\$H\$10;FAUX)			0,3637	0,3642
5		2	78	0,2137	156		=B4*C4			0,2107	0,2111
6		3	30	0,0822	90		=C4/\$C\$12			0,0814	0,0814
7		4	10	0,0274	40					0,0236	0,0235
8		5	1	0,0027	5					0,0055	0,0054
9		6	1	0,0027	6					0,0011	0,0010
10										0,9998	0,9998
11		Total	365	1,0000	423						
12											
13											

Figure 15-46 Modélisation par une loi de Poisson et une loi binomiale des appels téléphoniques quotidiens reçus par un ermite

COMPRENDRE

Variables continues et intervalles

En statistique descriptive, les valeurs prises par une variable continue observée (*X*) correspondent chacune à un petit intervalle. On obtient ainsi une fonction de densité $f(x)$, définie pour chaque valeur de *x* (en réalité, chaque mini-intervalle autour de *x*) du domaine de variation. La probabilité d'appartenir à un intervalle [*a*, *b*] est égale à la surface délimitée par la courbe au-dessus de cet intervalle. La surface délimitée par la courbe toute entière (somme des probabilités de tous les événements) vaut 1.

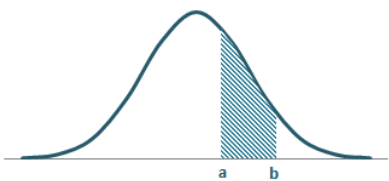


Figure 15-47 La surface hachurée sous la courbe représente la probabilité pour que *x* prenne sa valeur entre *a* et *b*.

Lois de probabilités continues

Les variables dites « continues » prennent généralement toutes les valeurs d'un intervalle donné, borné ou non, de l'ensemble des nombres réels. L'ensemble des valeurs possibles est dit « domaine de variation ».

SYNTAXE Fonction de densité de probabilité $P(X = x)$ ou fonction de répartition $P(X < x)$

La plupart des fonctions présentées dans cette section et dans les sections suivantes utilisent un argument *Cumulative* qui peut prendre la valeur logique *VRAI* ou *FAUX*.

- En indiquant *FAUX*, on fait appel à la fonction de densité de probabilité. Cette dernière renvoie $P(X = x)$. Il s'agit de la probabilité que *X* prenne sa valeur « autour de » *x*, généralement dans l'intervalle [*x* - 0,5, *x* + 0,5]. Le graphique correspondant pour la loi normale apparaît figure 15-48).
- En indiquant *VRAI*, on fait appel à la fonction de répartition. Cette dernière renvoie $P(X < x)$. Il s'agit de la probabilité que *X* prenne sa valeur entre -*x* et *x* ou, en d'autres termes, du cumul des probabilités de toutes les valeurs situées entre -*x* et *x*. Le graphique correspondant pour la loi normale apparaît figure 15-49.

Loi normale

Une variable aléatoire réelle X suit une loi normale d'espérance m et d'écart-type σ si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-48 (deuxième cadre blanc). On note souvent cette variable $N(m, \sigma)$. Sa courbe représentative a une forme de cloche. La densité est surtout importante autour de la moyenne, puis décroît de façon symétrique d'autant plus rapidement que l'écart-type est petit.

USAGE Loi normale

La loi normale est sans doute la plus utile des lois de probabilités théoriques. En effet, elle permet de modéliser beaucoup de distributions statistiques observées et de décrire nombre de phénomènes aléatoires. Elle est aussi très souvent mise à contribution au sein de tests statistiques pour évaluer la fiabilité de certains résultats. Enfin elle est régulièrement utilisée comme approximation de certaines lois (comme la loi binomiale quand $n > 30$).

Tableau 15-9 Loi normale

Fonction	Description
LOI.NORMALE.N	X étant une variable aléatoire continue suivant une loi normale d'espérance m et d'écart-type σ , LOI.NORMALE.N renvoie, si le quatrième argument de la fonction est positionné sur FAUX , $P(X = x)$, probabilité que la variable X prenne la valeur x ou, plus précisément, probabilité que la variable X prenne sa valeur dans l'intervalle $[x - 0,5, x + 0,5]$. La figure 15-48 illustre un exemple d'application de cette fonction pour $m = 5$ et $\sigma = 1,5$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. LOI.NORMALE correspond à l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
LOI.NORMALE.INVERSE.N	La figure 15-49 présente la mise en œuvre de deux fonctions : LOI.NORMALE.N dans sa version cumulée (page C4:C14 dont les valeurs sont illustrées dans le graphique) et LOI.NORMALE.INVERSE.N (page D4:D14). La première renvoie $F(x)$ à partir de x , c'est-à-dire la probabilité que X prenne sa valeur dans l'intervalle $[-x, x]$, alors que la deuxième fait l'opération inverse et renvoie x à partir de $F(x)$. Les formules, entrées d'abord en C4 et D4, ont été recopiées dans la colonne. Leur syntaxe apparaît en rouge dans les deux cadres blancs. LOI.NORMALE.INVERSE correspond à l'ancienne forme de la fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

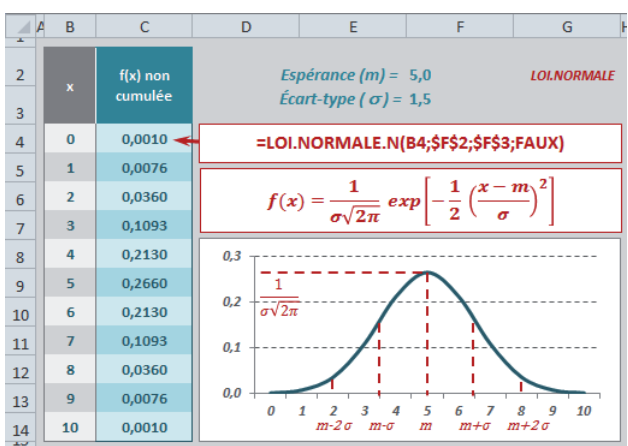


Figure 15-48 Mise en œuvre de la fonction LOI.NORMALE.N. Le graphique illustre les valeurs de la plage C4:C14, qui affiche les résultats de LOI.NORMALE.N non cumulative (fonction de densité de probabilité) pour une espérance de 5, et un écart-type de 1,5.

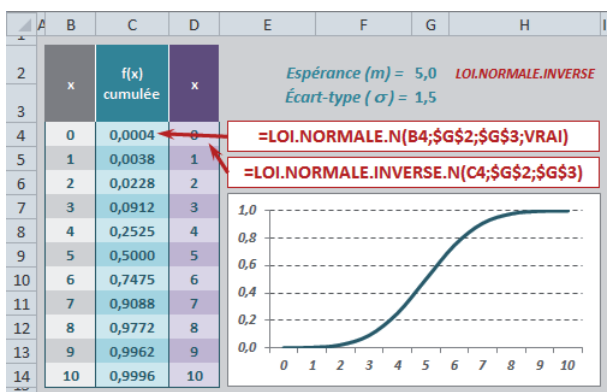


Figure 15-49 Mise en œuvre de la fonction LOI.NORMALE.N dans sa version cumulée et de la fonction LOI.NORMALE.INVERSE.N

Rappel Variable centrée réduite

Pour mieux comprendre cette notion, consultez l'aparté intitulé « Variable centrée réduite » page 411.

Loi normale centrée réduite

Une loi normale centrée réduite est une loi normale d'espérance nulle (centrée) et d'écart-type 1 (réduite). Sa fonction de densité de probabilité, par convention souvent appelée *Z*, est présentée à la figure 15-50, dans le premier cadre blanc.

Figure 15-50
Mise en œuvre des fonctions
LOI.NORMALE.STANDARD.N (dans ses deux
versions : cumulative et non cumulative) et
LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N

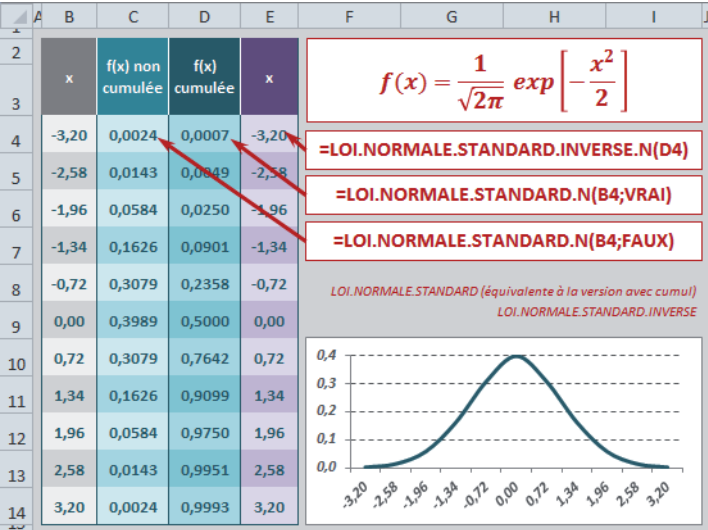


Tableau 15-10 Loi normale centrée réduite

Fonction	Description
LOI . NORMALE . STANDARD . N	<i>Z</i> étant une variable aléatoire continue suivant une loi normale centrée réduite, <i>LOI.NORMALE.STANDARD.N</i> renvoie, si son deuxième argument est positionné sur FAUX, <i>P(Z = z)</i> (probabilité que la variable <i>Z</i> prenne la valeur <i>z</i>) et si son deuxième argument est positionné sur VRAI, <i>P(Z < z)</i> . La figure 15-50 illustre un exemple d'application de cette fonction. Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deux derniers cadres blancs. La plage C4:C14 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : <i>P(Z = z)</i> (valeurs représentées sur le graphique) et la plage D4:D14 dans sa version cumulative : <i>P(Z < z)</i> . <i>LOI.NORMALE.STANDARD</i> correspond à l'ancienne forme de cette fonction (avec cumul). Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
LOI . NORMALE . STANDARD . INVERSE . N	La plage E4:E14 de la figure 15-50 affiche les résultats de la fonction <i>LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N</i> . À partir de <i>F(x)</i> , probabilité de la fonction de répartition, <i>LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N</i> renvoie la première valeur de <i>x</i> respectant <i>P(X < x)</i> . Sa syntaxe apparaît en rouge dans le deuxième cadre blanc. <i>LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE</i> correspond à l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Utiliser la loi normale centrée réduite

La figure 15-51 illustre l'utilisation de cette loi. L'aire sous la première courbe représente la probabilité que *Z* prenne une valeur inférieure ou égale à 2. L'aire sous la deuxième courbe (équivalente à la première) représente la probabilité que *Z* prenne une valeur supérieure ou égale à 2. Et enfin, l'aire sous la troisième courbe représente la probabilité que *Z*

prenne une valeur dans l'intervalle $[-2, -1]$. Pour chacune, la formule entrée en ligne 11 voit sa syntaxe exposée en ligne 9. En ligne 13, on a formalisé la probabilité recherchée.

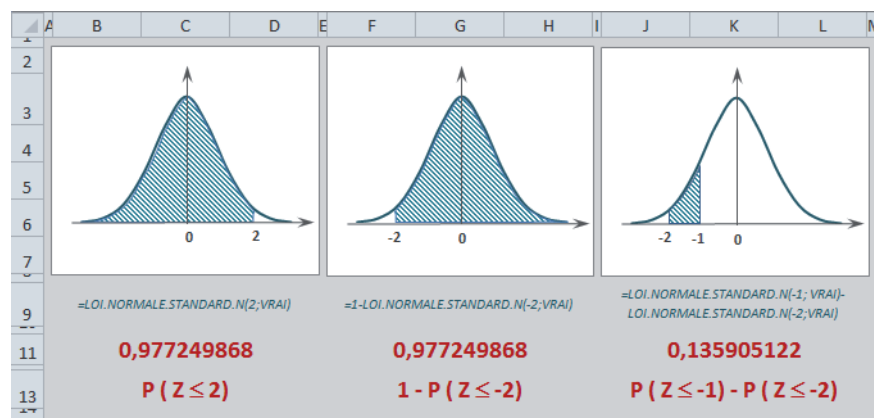


Figure 15-51
Illustration de trois calculs de probabilité à partir d'une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite

Loi Log-normale

Une variable aléatoire réelle X suit une loi log-normale d'espérance m et d'écart-type σ si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-52 (premier cadre blanc).

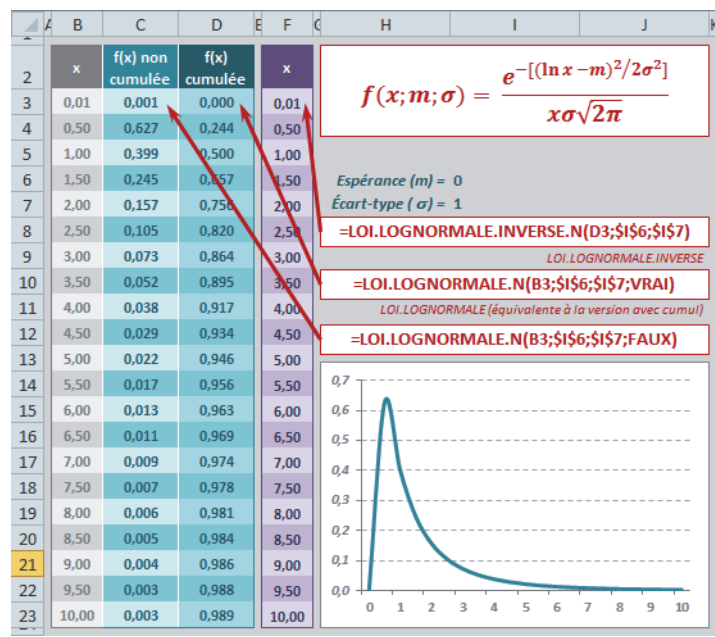


Figure 15-52
Mise en œuvre des fonctions LOI.LOGNORMALE.N et LOI.LOGNORMALE.INVERSE.N

LOI.LOGNORMALE.N renvoie, si son quatrième argument est positionné sur FAUX, $P(X = x)$ (probabilité que la variable X prenne la valeur x) et si son quatrième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La

USAGE **Loi log-normale**

La modélisation par la loi log-normale est bien adaptée aux variables strictement positives, suivant une distribution asymétrique avec un allongement vers les valeurs élevées. Ces distributions sont fréquentes dans le domaine biologique, quand on étudie par exemple le poids des personnes, ou économique, lorsqu'on s'intéresse à la répartition des revenus. Elle est également bien adaptée pour l'étude des variables qu'il est possible de décomposer en une multitude de variables plus petites, indépendantes. Si l'on s'intéresse par exemple au temps de parcours d'un itinéraire, on peut le décomposer en plusieurs temps de parcours élémentaires, chacun correspondant à un petit morceau de l'itinéraire initial. Si l'on ajuste chaque composante par une loi log-normale, le temps de parcours global peut lui-même être approximé par une loi log-normale.

HISTOIRE **Fonctions eulériennes**

En 1755, Euler publie un traité de calcul différentiel et intégral où l'on rencontre les fonctions dites aujourd'hui eulériennes. Parmi elles, la plus connue est sans doute l'intégrale eulérienne de seconde espèce, appelée fonction Gamma.

figure 15-52 illustre un exemple d'application de cette fonction pour $m = 0$ et $\sigma = 1$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deux derniers cadres blancs. La plage C3:C23 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le graphique) et la plage D3:D23 dans sa version cumulative : $P(X < x)$.

La figure 15-52 présente également la mise en œuvre de la fonction **LOI.LOGNORMALE.INVERSE.N** (plage F3:F23). Elle renvoie x à partir de $F(x)$, probabilité de la fonction de répartition. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le deuxième cadre blanc. **LOI.LOGNORMALE** est l'ancienne forme de **LOI.LOGNORMALE.N** cumulée, et **LOI.LOGNORMALE.INVERSE** celle de **LOI.LOGNORMALE.INVERSE.N**. Toutes deux sont conservées dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Loi Gamma

La loi Gamma est une loi de probabilité dont la portée est très vaste. En effet, une grande diversité de phénomènes réels peut être approchée par une fonction Gamma. Son domaine de prédilection est une distribution à valeurs positives, fortement asymétrique, et dotée d'une queue de distribution à décroissance rapide. En pratique, elle est souvent utilisée dans le domaine des assurances, pour décrire les phénomènes de durée de vie ou évaluer le temps écoulé entre deux sinistres.

COMPRENDRE **Fondements mathématiques**

La fonction Gamma d'Euler est définie par l'intégrale présentée figure 15-53. On montre mathématiquement que lorsqu'une distribution aléatoire suit la loi Gamma, elle admet pour densité de probabilité la fonction $f(x; \alpha; \beta)$, dont la définition, exprimée sous sa forme la plus générale, apparaît figure 15-54.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$$

Figure 15-53 Fonction Gamma d'Euler

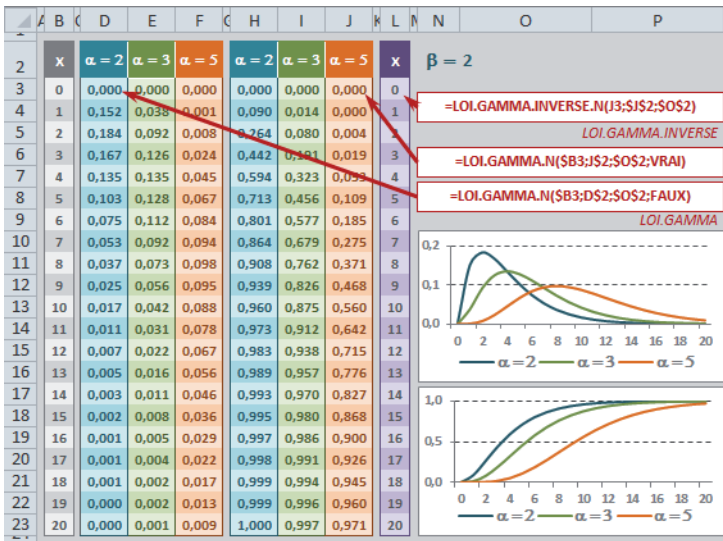
$$f(x; \alpha; \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$$

$\alpha > 0$ et $\beta > 0$

Figure 15-54 Définition de la densité de probabilité d'une variable suivant une loi Gamma

Tableau 15-11 Loi Gamma

Fonction	Description
LOI.GAMMA.N	LOI.GAMMA.N renvoie, si son quatrième argument est positionné sur FAUX, $P(X = x)$ et, si son quatrième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La figure 15-55 illustre un exemple d'application de cette fonction pour $\beta = 2$ et $\alpha = 2$, $\alpha = 3$ et $\alpha = 5$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deuxième et troisième cadres blancs. La plage D3:F23 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le premier graphique) et la plage H3:J23 dans sa version cumulative : $P(X < x)$ (valeurs représentées sur le deuxième graphique). LOI.GAMMA est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
LOI.GAMMA.INVERSE.N	La plage L3:L23 de la figure 15-55 affiche les résultats de la fonction LOI.GAMMA.INVERSE.N . À partir de $F(x)$, probabilité de la fonction de répartition, LOI.GAMMA.INVERSE.N renvoie la première valeur de x respectant $P(X < x)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. LOI.GAMMA.INVERSE est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.



ASTUCE Formats de nombre

Pour éviter d'entrer les valeurs de α « en dur » et disposer néanmoins de libellés explicites, on a appliqué aux cellules D2, E2, F2, H2, I2 et J2 le format de nombre "a = "0. Cette astuce permet d'avoir dans les cellules concernées uniquement des valeurs numériques (2, 3 et 5) qui peuvent être utilisées dans les formules et participer aux calculs.

Figure 15-55

Mise en œuvre des fonctions LOI.GAMMA.N et LOI.GAMMA.INVERSE.N

POUR LES CURIEUX Comment passe-t-on de la fonction Gamma d'Euler à $f(x; \alpha; \beta)$?

Partons de l'intégrale eulérienne de seconde espèce présentée figure 15-53. Pour une valeur alpha (α) donnée, la fonction Gamma prend la valeur présentée figure 15-56, à partir de laquelle on peut déduire l'équation de la figure 15-57.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt$$

Figure 15-56 Valeur de la fonction Gamma pour $x = \alpha$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} e^{-t} t^{\alpha-1} dt = 1$$

Figure 15-57 Autre forme de l'équation présentée figure 15-56

L'équation affichée figure 15-57 n'est autre que l'intégrale de la densité de probabilité d'une variable aléatoire de valeurs réelles positives. Elle caractérise la distribution Gamma dite « de base ». α représente ici un paramètre qui influe sur la forme de la courbe de la distribution. En effet, selon la valeur de α , cette équation décrit trois grandes familles de courbes :

- $\alpha > 1$: la distribution adopte une forme de cloche asymétrique ;
- $\alpha = 1$: la distribution est exponentielle ;
- $\alpha < 1$: la distribution est monotone décroissante.

Dans l'optique de conférer une plus grande souplesse à cette distribution, il est possible de façonner la relation exposée figure 15-57, de manière à introduire un deuxième paramètre positif Bêta (β). Partons du principe que la variable aléatoire T suit la distribution Gamma de base. À l'aide

d'une nouvelle variable aléatoire $X = \beta T$ ($T = X/\beta$), l'équation de la figure 15-57 devient celle de la figure 15-58.

En effectuant les calculs, on retrouve bien la fonction de densité de probabilité $f(x; \alpha; \beta)$ présentée figure 15-54. Le paramètre β est un paramètre d'échelle ou de dispersion. La fonction $f(x; \alpha; \beta)$ caractérise la distribution Gamma dite « complète ».

À partir de l'équation générale présentée figure 15-54, et en attribuant aux paramètres α et β des valeurs particulières, on obtient des formes spécifiques de $f(x; \alpha; \beta)$.

- En positionnant α à 1, la fonction $f(x; \alpha; \beta)$ n'est autre que la densité de probabilité d'une distribution exponentielle (de paramètre $\lambda = 1 / \beta$). Exprimée à l'aide des fonctions Excel, cette propriété, donne la relation suivante :
 $\text{=LOI.GAMMA.N}(x; 1; \beta; \text{FAUX}) = \text{LOI.EXPONENTIELLE.N}(x; 1/\beta; \text{FAUX})$.
- Lorsque $\alpha = n/2$ (avec n entier) et $\beta = 2$, $f(x; \alpha; 2)$ représente la distribution du Khi-deux à n degrés de liberté. Exprimée à l'aide des fonctions Excel, cette propriété, donne la relation suivante :
 $\text{LOI.GAMMA.N}(x; n/2; 2; \text{FAUX}) = \text{LOI.KHIDEUX.N}(x; n; \text{FAUX})$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha-1}} e^{-\frac{x}{\beta}} \frac{1}{\beta} dx = 1$$

Figure 15-58 Autre forme de l'équation présentée figure 15-57 avec $T = X/\beta$

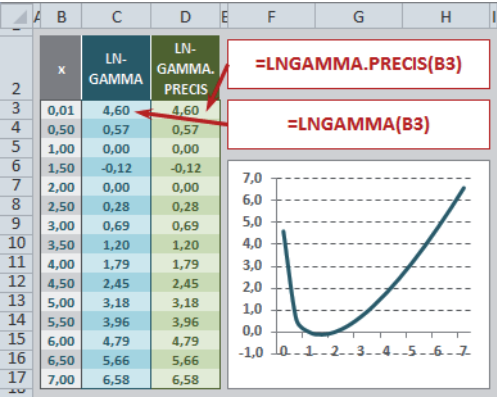
Tableau 15-12 Loi Gamma

Fonction	Description
LNGAMMA et LNGAMMA.PRECIS	La fonction LNGAMMA renvoie le logarithme népérien de la fonction Gamma. Figure 15-59, les résultats de la fonction LNGAMMA affichés en C3:C17 correspondent à la courbe représentée sur le graphique. Dans la plage D3:D17 , on trouve les résultats de la fonction LNGAMMA.PRECIS... qui ressemblent comme deux gouttes d'eau à ceux de la colonne C !

Figure 15-59
Mise en œuvre des fonctions
LNGAMMA et LNGAMMA.PRECIS

CORRESPONDANCES **Loi Gamma et Loi Bêta**

Si X et Y sont indépendamment distribuées selon une loi Gamma de paramètres (α, θ) et (β, θ) , alors $X / (X + Y)$ est distribuée selon une loi Bêta de paramètres (α, β) .



PRATIQUE **LNGAMMA(x) pour x entier**

Lorsque x est un nombre entier, on a la relation $=EXP(LNGAMMA(x))=FACT(x - 1)$.

Loi Bêta

La loi Bêta est caractérisée par deux paramètres de forme α et β (ils influencent le tracé de la courbe). Sa fonction de densité de probabilité est présentée figure 15-60 sous sa forme standard, c'est-à-dire pour x compris entre 0 et 1, et sous sa forme plus générale, c'est-à-dire pour x compris entre a et b, figure 15-61.

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

$\alpha > 0$ et $\beta > 0$
 $0 \leq x \leq 1$

Figure 15-60 Forme standard ($0 \leq x \leq 1$) de la fonction de densité de probabilité de la loi bêta. Γ est la fonction Gamma d'Euler.

$$f(x, \alpha, \beta, a, b) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} (x-a)^{\alpha-1}(b-x)^{\beta-1}(b-a)^{-(\alpha+\beta-1)}$$

$\alpha > 0$ et $\beta > 0$
 $a \leq x \leq b$

Figure 15-61
Forme plus générale ($a \leq x \leq b$) de la fonction de densité de probabilité de la loi Bêta

Concrètement, la loi Bêta peut être mise à contribution dans des domaines très variés. Elle peut servir, par exemple, à modéliser des audiences radiophoniques dans le but d'optimiser une campagne publicitaire. Elle est également souvent utilisée dans le cadre des gestions de projets, pour calculer la durée probable d'une tâche élémentaire et définir des scénarios optimistes et pessimistes.

Tableau 15-13 Loi Bêta

Fonction	Description
LOI.BETA.N	<p><i>LOI.BETA.N</i> renvoie, si son quatrième argument est positionné sur FAUX, $P(X = x)$ et, si son quatrième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La figure 15-62 illustre un exemple d'application de cette fonction pour quatre couples de valeurs α et β. Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deuxième et troisième cadres blancs. Elle a été utilisée ici sans que l'on ait précisé les cinquième et sixième arguments (optionnels) qui correspondent au <i>a</i> et <i>b</i> de la forme générale de la fonction de densité. Il s'agit donc de la forme standard de la fonction, c'est pourquoi <i>x</i> prend ses valeurs entre 0 et 1.</p> <p>La plage <i>D4:G14</i> donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le graphique de gauche) et la plage <i>I4:L14</i> dans sa version cumulative : $P(X < x)$ (valeurs représentées sur le graphique de droite). <i>LOI.BETA</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.</p>
BETA.INVERSE.N	<p>La plage <i>N4:N14</i> de la figure 15-62 affiche les résultats de la fonction <i>BETA.INVERSE.N</i>. À partir de $F(x)$, probabilité de la fonction de répartition, <i>BETA.INVERSE.N</i> renvoie la première valeur de <i>x</i> respectant $P(X < x)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. <i>BETA.INVERSE</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.</p>

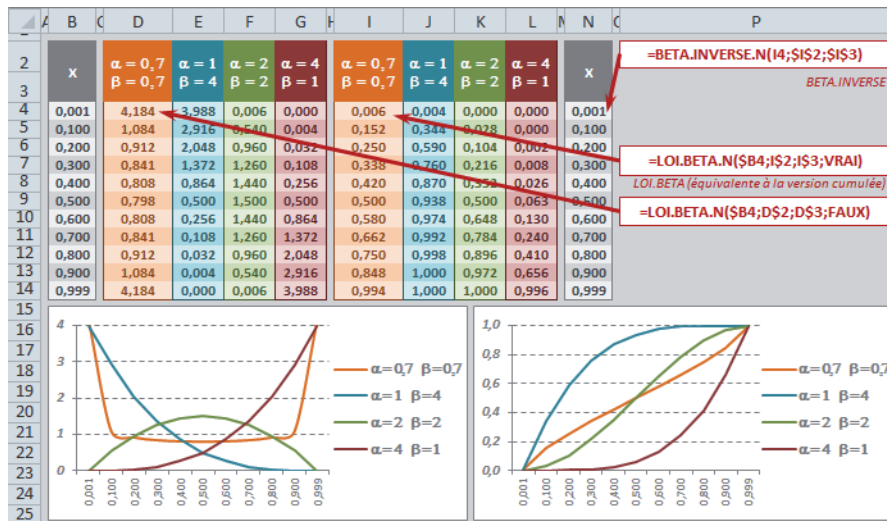


Figure 15-62
Mise en œuvre des fonctions
LOI.BETA.N et BETA.INVERSE.N

Loi de Weibull

Une variable aléatoire réelle X suit une loi de Weibull de paramètres α (paramètre de forme) et β (paramètre de temps), si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-63.

Il n'y a pas « une » loi de Weibull, mais toute une famille de lois, correspondant à diverses valeurs de α et β . Parmi celles-ci, on distingue la loi exponentielle (avec $\alpha = 1$ et $\beta = 1 / \lambda$) ou la loi de Rayleigh (avec $\alpha = 2$). Lorsque α est compris entre 1,5 et 2 ou 3 et 3,6, on obtient une loi log-normale. La loi de Weibull est un cas particulier de la loi Gamma.

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$$
$$F(x, \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$$

$\alpha > 0$ et $\beta > 0$

Figure 15-63 Loi de Weibull : $f(x, \alpha, \beta)$, sa fonction de densité de probabilité, $P(X = x)$ et $F(x, \alpha, \beta)$, sa fonction de répartition, $P(X < x)$

EN PRATIQUE **A quoi sert-elle ?**

Dans les entreprises, cette loi est très utilisée pour les contrôles de fiabilité. Ainsi, $\alpha < 1$ correspond à un matériel qui se bonifie avec le temps (matériel en rodage), $\alpha = 1$ correspond à un matériel sans usure et $\alpha > 1$ à un matériel qui se dégrade avec le temps (la plupart de nos produits de consommation !). Cette loi est également utilisée pour étudier les problèmes dits « de valeurs extrêmes » comme la survenue de crues exceptionnelles dans une rivière.

Figure 15-64

Mise en œuvre de la fonction LOI.WEIBULL.N

LOI.WEIBULL.N renvoie, si son quatrième argument est positionné sur FAUX, $P(X = x)$ et, si son quatrième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La figure 15-64 illustre un exemple d'application de cette fonction pour trois couples de valeurs α et β . Sa syntaxe apparaît en rouge dans les cadres blancs.

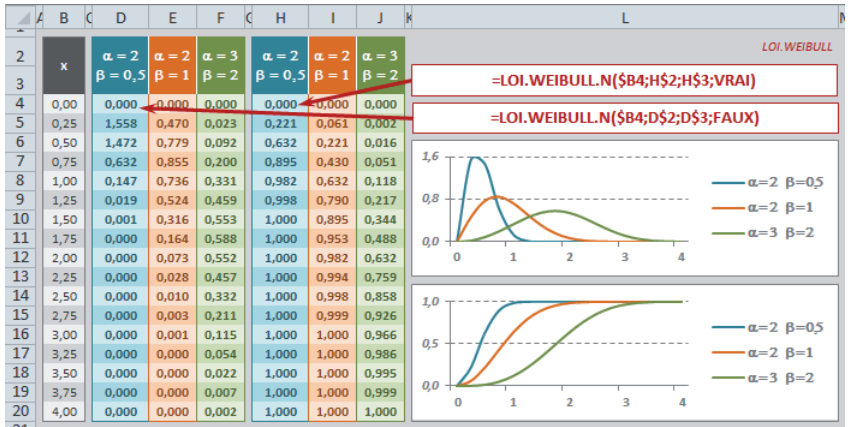


Figure 15-64, la plage D4:F20 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le premier graphique) et la plage H4:J20 dans sa version cumulative : $P(X < x)$ (valeurs représentées sur le deuxième graphique). **LOI.WEIBULL** est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Loi exponentielle

Une variable aléatoire réelle X suit une loi exponentielle de paramètre λ , si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-65.

La loi exponentielle ne dépend que d'un seul paramètre : λ , l'ordonnée à l'origine de la courbe de densité de probabilité. Celui-ci peut représenter le nombre de fois où un événement est survenu durant un laps de temps donné. Quand il vaut 1, on parle de loi exponentielle standard. La loi exponentielle est une forme particulière de la loi de Weibull pour $\alpha = 1$ et $\beta = 1 / \lambda$.

LOI.EXPONENTIELLE.N renvoie, si son troisième argument est positionné sur FAUX, $P(X = x)$ et, si son troisième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La figure 15-66 illustre un exemple d'application de cette fonction pour trois valeurs λ . Sa syntaxe apparaît en rouge dans les cadres blancs. La plage D3:F15 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le premier graphique) et la plage H3:J15 dans sa version cumulative : $P(X < x)$ (valeurs représentées sur le deuxième graphique). **LOI.EXPONENTIELLE** est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$F(x, \lambda) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\lambda > 0$$

Figure 15-65

Loi exponentielle : $f(x, \lambda)$, sa fonction de densité de probabilité, $P(X = x)$ et $F(x, \lambda)$, sa fonction de répartition, $P(X < x)$

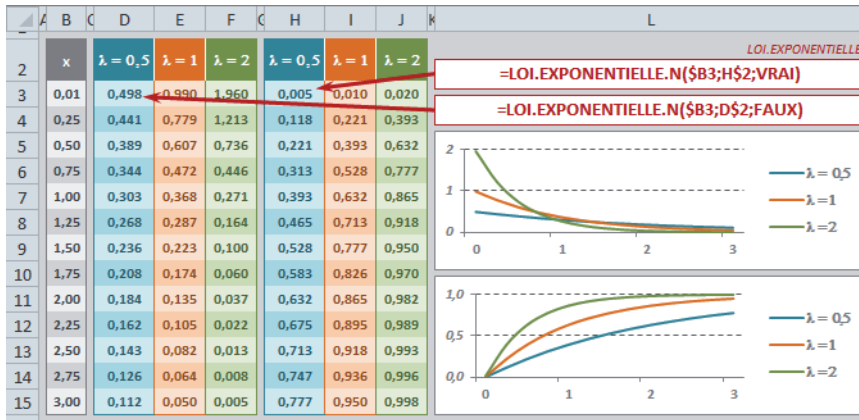


Figure 15-66
Mise en œuvre de la fonction
LOI.EXPONENTIELLE.N

Loi du Khi-deux

Une variable aléatoire réelle Y suit une loi du Khi-deux à v degrés de liberté, si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-67.

COMPRENDRE D'où vient cette fonction ?

On considère v variables aléatoires (X_1, X_2, \dots, X_v) indépendantes, et suivant toutes une loi normale centrée réduite. On s'intéresse à la variable Y , somme du carré de ces v variables indépendantes (figure 15-68).

De savantes démonstrations montrent que si deux variables indépendantes suivent respectivement deux lois Gamma de paramètres (α_1, β) et (α_2, β) leur somme suit une loi Gamma de paramètres $(\alpha_1 + \alpha_2, \beta)$. D'autres savantes démonstrations permettent de généraliser ce résultat à la somme de v variables pour en conclure que la variable Y présentée quelques lignes plus haut suit une loi Gamma de paramètres $(v/2, 2)$.

En appliquant ces paramètres à la définition de la loi Gamma, on retrouve la fonction de densité présentée figure 15-67, et on peut en conclure que Y suit bien une loi du Khi-deux à v degrés de liberté.

$$Y = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_v^2$$

Figure 15-68 Y est une variable construite à partir de la somme des carrés de v variables indépendantes, suivant toutes une loi normale centrée réduite.

La loi du Khi-deux dépend du paramètre v , appelé **nombre de degrés de liberté** (ddl en abrégé). Il exprime le nombre de composantes indépendantes de Y .

L'espérance d'une loi du Khi-deux est égale à v et sa variance à $2v$. Lorsque v est « grand » ($v > 100$), la loi du Khi-deux peut être approchée par une loi normale d'espérance v et de variance $2v$.

$$f_v(y) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} y^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}}$$

$v \geq 1$ (entier)
pour tout y positif
 Γ est la fonction gamma d'Euler

Figure 15-67
Fonction de densité de la loi du Khi-deux

COMPRENDRE Degrés de liberté

En statistiques « degrés de liberté » désigne le nombre de valeurs aléatoires non déterminées par une équation. Un petit exemple s'impose : si l'on cherche deux nombres x et y dont la somme est 8, l'équation $x + y = 8$ ne permet de déterminer aucun des deux nombres, mais si x est choisi arbitrairement, y est déterminé et inversement. À travers une telle équation, vous mettez en jeu deux variables aléatoires (X, Y) , mais vous ne disposez que d'un degré de liberté.

EN PRATIQUE À quoi sert-elle ?

Cette loi est mise à contribution à travers deux tests : le test d'ajustement du Khi-deux et le test d'indépendance. Deux exemples sont donnés, en fin de chapitre, dans la section traitant des tests statistiques. Le premier exemple cherche à déterminer si la clientèle d'un magasin se répartit équitablement entre ses différentes caisses, et le deuxième veut savoir si l'âge a un impact sur le fait d'être propriétaire ou locataire.

Tableau 15-14 Loi du Khi-deux

Fonction	Description
LOI.KHIDEUX.N	Si son troisième argument est positionné sur FAUX, cette fonction renvoie $P(Y = y)$ et si son troisième argument est positionné sur VRAI, $P(Y < y)$. La figure 15-69 illustre un exemple d'application de cette fonction pour trois valeurs de v . Sa syntaxe apparaît en rouge dans les premier et troisième cadres blancs. La plage D3:F19 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(Y = y)$ (valeurs représentées sur le premier graphique) et la plage H3:J19 dans sa version cumulative : $P(Y < y)$ (valeurs représentées sur le deuxième graphique).
LOI.KHIDEUX.INVERSE	La plage L3:L19 de la figure 15-69 affiche les résultats de la fonction LOI.KHIDEUX.INVERSE. À partir de $F(y)$, probabilité de la fonction de répartition, cette fonction renvoie la première valeur de y respectant $P(Y < y)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le deuxième cadre blanc.

Figure 15-69
Mise en œuvre des fonctions
LOI.KHIDEUX.N et LOI.KHIDEUX.INVERSE

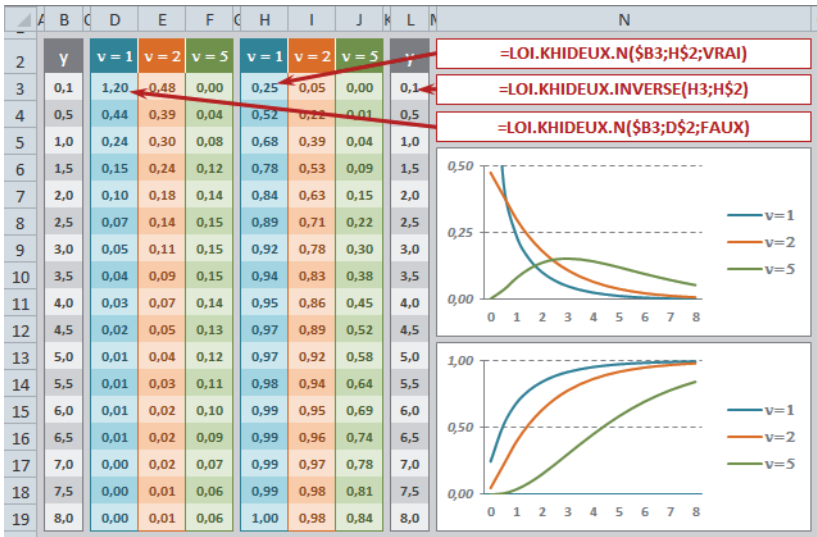


Tableau 15-15 Loi du Khi-deux

Fonction	Description
LOI.KHIDEUX.DROITE	<p>La fonction LOI.KHIDEUX.N, dans sa version cumulée, renvoie $P(Y < y)$, c'est-à-dire la probabilité que la variable Y prenne une valeur inférieure à y. Or, que ce soit pour un test d'ajustement ou d'indépendance, on n'a pas besoin de connaître $P(Y < y)$, mais plutôt, $P(Y \geq y)$. Il est bien évident que l'une peut se déduire de l'autre à travers la relation suivante : $P(Y \geq y) = 1 - P(Y < y)$, mais Excel, dans sa grande bonté, propose la fonction LOI.KHIDEUX.DROITE qui renvoie directement le résultat. La plage D3:D23 de la figure 15-70 donne les résultats de la fonction LOI.KHIDEUX.N pour 5 degrés de liberté, dans sa version non cumulative (valeurs ayant permis de tracer la courbe du graphique), et la plage F3:F23 donne les résultats de la même fonction, dans sa version cumulative.</p> <p>La plage H3:H23 donne les résultats de la fonction LOI.KHIDEUX.DROITE pour 5 degrés de liberté. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le deuxième cadre blanc. On constate aisément que ses résultats ajoutés à ceux de la plage F3:F23 donnent toujours 1. On a symbolisé cette relation dans le graphique en prenant 10 comme valeur de y, et en hachurant en vert la surface sous la courbe correspondant à la valeur de la cellule F13. La partie blanche, quant à elle, correspond à la valeur de la cellule H13 (la somme de F13 et H13 faisant bien 1, mesure de la surface totale sous la courbe). LOI.KHIDEUX est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.</p>

Tableau 15–15 Loi du Khi-deux (suite)

Fonction	Description
LOI.KHIDEUX.INVERSE.DROITE	La plage J3:J23 de la figure 15-70 affiche les résultats de la fonction <i>LOI.KHIDEUX.INVERSE.DROITE</i> . À partir de $1 - F(y)$ ($1 -$ probabilité de la fonction de répartition), <i>LOI.KHIDEUX.INVERSE.DROITE</i> renvoie la première valeur de y respectant $P(Y > y)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. <i>KHIDEUX.INVERSE</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

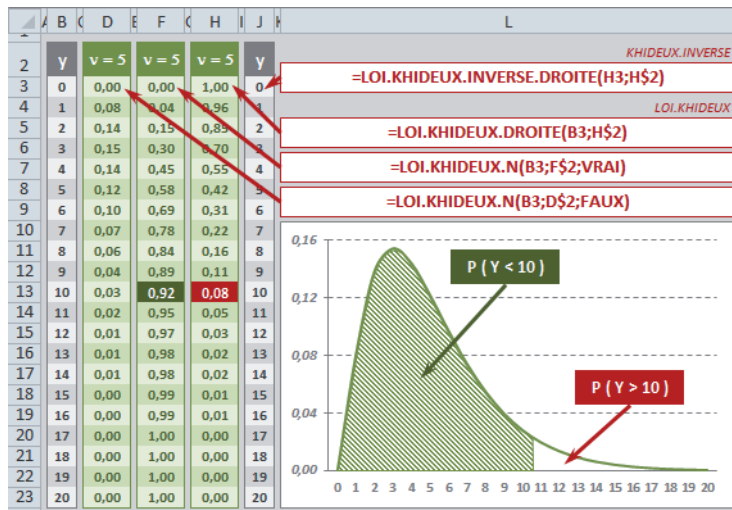


Figure 15–70
Mise en œuvre des fonctions
LOI.KHIDEUX.DROITE et
LOI.KHIDEUX.INVERSE.DROITE

$$f_v(t) = \frac{1}{\sqrt{v\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \frac{1}{\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{\frac{v+1}{2}}}$$

$v \geq 1$ (entier)
 Γ est la fonction Gamma d'Euler

Figure 15–71
Fonction de densité de la loi de Student

Loi de Student

Une variable aléatoire réelle T suit une loi de Student à v degrés de liberté, si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-71.

COMPRENDRE D'où vient cette fonction ?

On considère deux variables aléatoires indépendantes X et Y . X suit une loi normale centrée réduite, et Y , une loi du Khi-deux à v degrés de liberté. On s'intéresse à la variable T issue du rapport de X et Y , présenté figure 15-72.

De savantes démonstrations montrent que l'on peut passer du rapport présenté figure 15-72 à celui de la figure 15-73, le numérateur et le dénominateur étant deux variables indépendantes suivant deux lois Gamma de paramètres $1/2$ et $v/2$.

On en conclut que T_v^2 / v suit une loi Bêta de paramètres $1/2$ et $v/2$, ce qui (... toujours à l'issue de savants calculs) donne la définition de la fonction de densité présentée figure 15-71.

$$T_v = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{v}}}$$

$$\frac{T_v^2}{v} = \frac{X^2}{\frac{Y}{2}}$$

Figure 15–72

T est une variable construite à partir du rapport de X qui suit une loi normale centrée réduite et de la racine carrée de Y sur v , Y suivant une loi du Khi-deux à v degrés de liberté.

Figure 15–73 $X^2/2$ et $Y/2$ sont deux variables aléatoires indépendantes suivant deux lois Gamma de paramètres $1/2$ et $v/2$.

La loi de Student dépend du paramètre v , appelé nombre de degrés de liberté. Lorsque $v > 1$, l'espérance est égale à 0, et lorsque $v > 2$, la variance vaut $v / (v - 2)$.

Tableau 15-16 Loi de Student

Fonction	Description
LOI.STUDENT.N	Si son troisième argument est positionné sur FAUX, cette fonction renvoie $P(T = t)$, et si son troisième argument est positionné sur VRAI, elle renvoie $P(T < t)$. La figure 15-74 illustre un exemple d'application de cette fonction pour trois valeurs de v . Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deux derniers cadres blancs. La plage D3:F11 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(T = t)$ (valeurs représentées sur le graphique de gauche) et la plage H3:J11 dans sa version cumulative : $P(T < t)$ (valeurs représentées sur le graphique de droite).
LOI.STUDENT.INVERSE.N	La plage L3:L11 de la figure 15-74 affiche les résultats de la fonction LOI.STUDENT.INVERSE. À partir de $F(t)$, probabilité de la fonction de répartition, cette fonction renvoie la première valeur de t respectant $P(T < t)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc.

EN PRATIQUE À quoi sert-elle ?

À travers ce que l'on appelle « Test de Student », cette loi sert essentiellement à comparer les moyennes de deux populations. Pour y parvenir, on utilise les deux moyennes de deux petits échantillons tirés de ces populations, pour calculer une statistique appelée « T de Student », censée suivre une loi de Student. La comparaison de ce T et de la valeur pour laquelle la fonction de répartition de Student renvoie une probabilité d'erreur acceptable (généralement 5 %) permet d'en déduire l'égalité (ou la différence) des moyennes des deux populations initiales (voir l'exemple développé à la fin de cet ouvrage dans la section traitant des tests statistiques).

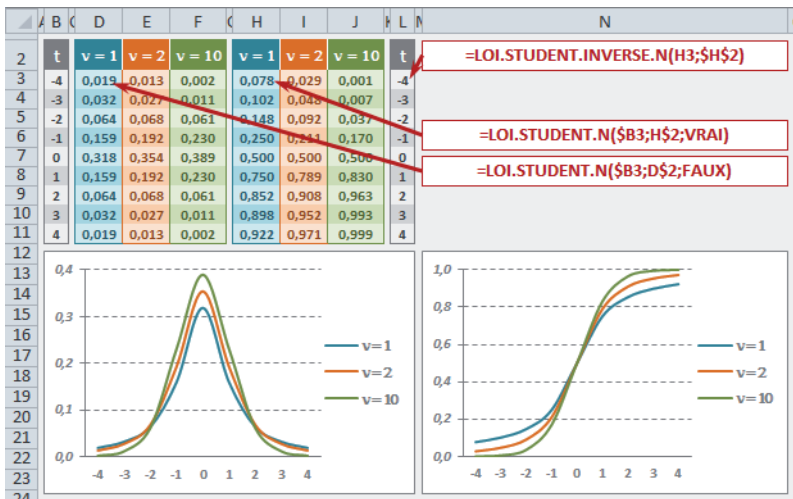


Figure 15-74 Mise en œuvre des fonctions LOI.STUDENT.N et LOI.STUDENT.INVERSE.N

Tableau 15-17 Loi de Student

Fonction	Description
LOI.STUDENT.DROITE	La fonction LOI.STUDENT.N, dans sa version cumulée, renvoie $P(T < t)$. Or, pour un test de Student, on n'a pas besoin de connaître $P(T < t)$, mais plutôt, $P(T \geq t)$ (queue de courbe à droite, renvoyée par LOI.STUDENT.DROITE) ou encore $P(T < -t) + P(T > t)$ (cumul des deux queues de courbe à droite et à gauche, renvoyé par LOI.STUDENT.BILATERALE). La plage D3:D13 de la figure 15-75 donne les résultats de la fonction LOI.STUDENT.N pour 5 degrés de liberté, dans sa version non cumulative (valeurs ayant permis de tracer la courbe des deux graphiques), et la plage F3:F13 donne les résultats de la même fonction, dans sa version cumulative. Leur syntaxe apparaît dans les deuxième et troisième cadres blancs. La plage H3:H13 donne les résultats de la fonction LOI.STUDENT.DROITE pour 5 degrés de liberté. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. On constate aisément que ses résultats ajoutés à ceux de la plage F3:F13 donnent toujours 1. On a symbolisé cette relation dans le premier graphique en prenant 2 comme valeur de t , et en hachurant en vert la surface sous la courbe correspondant à la valeur de la cellule F10. La partie orange, quant à elle, correspond à la valeur de la cellule H10 (la somme de F10 et H10 faisant bien 1, mesure de la surface totale sous la courbe). LOI.STUDENT en mode unilatéral (c'est-à-dire avec son troisième argument égal à 1) est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Tableau 15-17 Loi de Student (suite)

Fonction	Description
LOI.STUDENT.BILATERALE	La plage J8:J13 donne les résultats de la fonction <i>LOI.STUDENT.BILATERALE</i> pour 5 degrés de liberté. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le dernier cadre blanc. On constate aisément que ses résultats sont le double de ceux renvoyés par la fonction <i>LOI.STUDENT.DROITE</i> (la fonction est symétrique). On a symbolisé les deux queues de courbe correspondant au cumul des deux probabilités renvoyé par la fonction, en prenant 2 comme valeur de t , et en hachurant en rouge la surface sous la courbe correspondant à la valeur de la cellule J10. <i>LOI.STUDENT</i> en mode bilatéral (c'est-à-dire avec son troisième argument égal à 2) est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE	La plage L8:L13 de la figure 15-75 affiche les résultats de la fonction <i>LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE</i> . À partir de $1 - F(t) + F(-t)$ (1 - probabilité de la fonction de répartition pour t + probabilité de la fonction de répartition pour $-t$), <i>LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE</i> renvoie la première valeur de t respectant $P(T > t) + P(T < -t)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le quatrième cadre blanc. <i>LOI.STUDENT.INVERSE</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

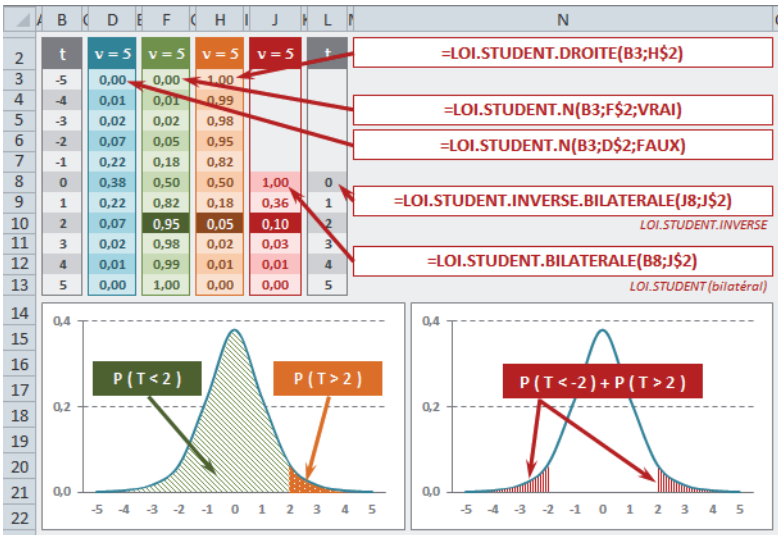
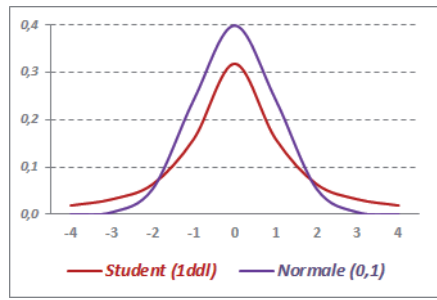


Figure 15-75
Mise en œuvre des fonctions LOI.STUDENT.DROITE, LOI.STUDENT.BILATERALE et LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE

CORRESPONDANCES Loi de Student, loi normale et loi de Fisher

Lorsque v croît, la distribution de Student converge vers une loi normale. En pratique, les deux distributions sont très proches dès que $v > 30$. Plus v grandit, plus le sommet de la courbe rouge (Student) se rapproche de celui de la courbe violette (Normale) et plus sa base se resserre. Le carré d'une variable aléatoire distribuée selon une loi de Student à v degrés de liberté est distribué selon une loi de Fisher à $v_1 = 1$ et $v_2 = v$ degrés de liberté.

Figure 15-76
Représentation graphique de la fonction de densité de probabilité de la loi normale centrée réduite et de la loi de Student à un degré de liberté



Loi de Fisher-Snedecor

Une variable aléatoire réelle X suit une loi de Fisher-Snedecor à v_1 et v_2 degrés de liberté, si elle admet pour densité de probabilité la fonction présentée figure 15-77.

Figure 15-77
Fonction de densité de la loi
de Fisher-Snedecor

$$f_{v_1, v_2}(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right)} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{v_2}{2}} \left(\frac{x^2 - 1}{(v_1 x + v_2)^{\frac{v_1 + v_2}{2}}}\right)$$

Γ est la fonction Gamma d'Euler
 $v_1 \geq 1$ et $v_2 \geq 1$ (entiers)

COMPRENDRE D'où vient cette fonction ?

On considère deux variables aléatoires indépendantes Y_1 et Y_2 , toutes deux suivant une loi du Khi-deux à respectivement v_1 et v_2 degrés de liberté. On s'intéresse à la variable X issue du rapport de Y_1 et Y_2 présenté figure 15-78.
En passant par des relations intermédiaires faisant intervenir une loi Bêta de paramètres $v_1/2$ et $v_2/2$, de savantes démonstrations aboutissent à la définition de la fonction de densité de la loi de Fisher-Snedecor présentée figure 15-77.

$$X = \frac{Y_1/v_1}{Y_2/v_2}$$

Figure 15-78 X est une variable construite à partir du rapport des variables Y_1 et Y_2 , toutes deux suivant une loi du Khi-deux à respectivement v_1 et v_2 degrés de liberté.

La loi de Fisher-Snedecor dépend des paramètres v_1 et v_2 , appelés nombre de degrés de liberté (voir l'aparté sur les degrés de liberté).
Lorsque $v_2 > 2$, l'espérance vaut $v_2 / (v_2 - 2)$. Lorsque $v_2 > 4$, la variance est égale à $2v_2^2(v_1 + v_2 - 2) / [v_1(v_2 - 2)^2 (v_2 - 4)]$.

EN PRATIQUE À quoi sert-elle ?

À travers ce que l'on appelle « Test de Fisher-Snedecor », cette loi sert essentiellement à comparer les variances de deux populations. Pour y parvenir, on utilise les deux variances de deux petits échantillons tirés de ces populations, pour calculer une statistique appelée « F », censée suivre une loi de Fisher-Snedecor. La comparaison de ce F et de la valeur pour laquelle la fonction de répartition de Fisher-Snedecor renvoie une probabilité d'erreur acceptable (généralement 5 %) permet d'en déduire l'égalité (ou la différence) des variances des deux populations initiales (voir l'exemple développé à la fin de cet ouvrage dans la section traitant des tests statistiques).
La statistique « F » est également utilisée pour tester la fiabilité du coefficient de détermination dans un calcul de régression (voir plus haut la section traitant de la régression multiple).

Tableau 15-18 Loi de Fisher-Snedecor

Fonction	Description
LOI.F.N	Si son quatrième argument est positionné sur FAUX, cette fonction renvoie $P(X = x)$, et si son quatrième argument est positionné sur VRAI, $P(X < x)$. La figure 15-79 illustre un exemple d'application de cette fonction pour trois couples de valeurs v_1 et v_2 . Sa syntaxe apparaît en rouge dans les deux derniers cadres blancs. La plage D4:F16 donne les résultats de la fonction dans sa version non cumulative : $P(X = x)$ (valeurs représentées sur le graphique de gauche) et la plage H4:J16 dans sa version cumulative : $P(X < x)$ (valeurs représentées sur le graphique de droite).

Tableau 15-18 Loi de Fisher-Snedecor (suite)

Fonction	Description
INVERSE.LOI.F.N	La plage L4:L16 de la figure 15-79 affiche les résultats de la fonction <i>INVERSE.LOI.F.N</i> . À partir de $F(x)$, probabilité de la fonction de répartition, cette fonction renvoie la première valeur de x respectant $P(X < x)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc.

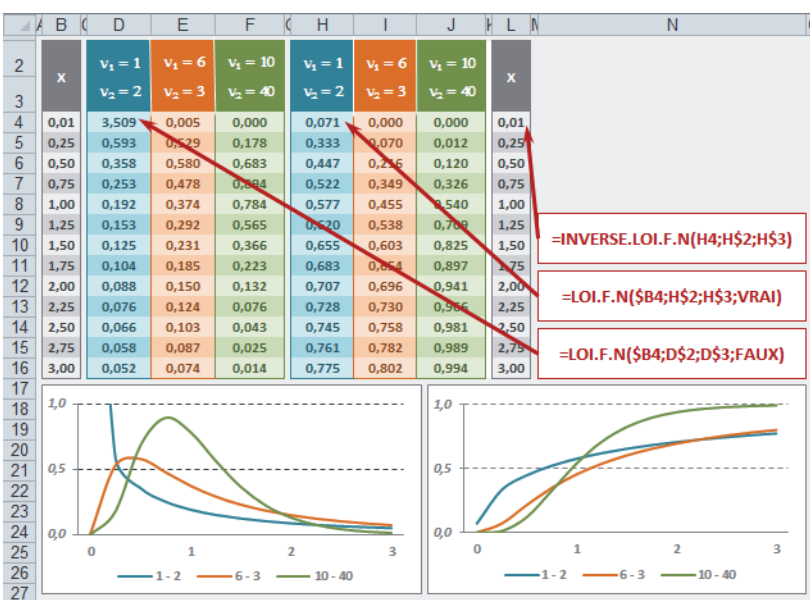
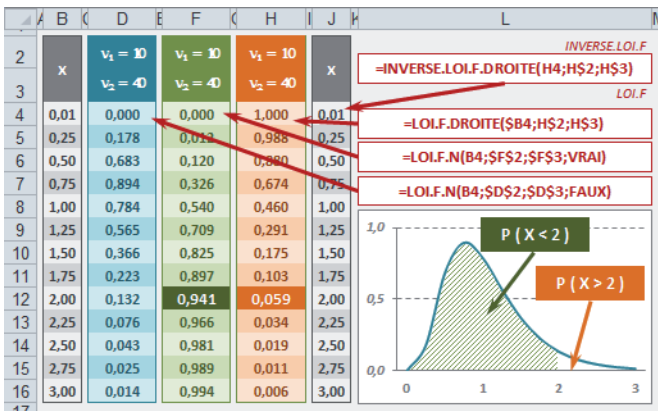


Figure 15-79
Mise en œuvre des fonctions
LOI.F.N et INVERSE.LOI.F.N

Tableau 15-19 Loi de Fisher-Snedecor

Fonction	Description
LOI.F.DROITE	La fonction <i>LOI.F.N</i> , dans sa version cumulée, renvoie $P(X < x)$, c'est-à-dire la probabilité que la variable X prenne une valeur inférieure à x . Or, pour un test de Fisher-Snedecor, on n'a pas besoin de connaître $P(X < x)$, mais plutôt $P(X \geq x)$ (queue de courbe à droite, renvoyée par <i>LOI.F.DROITE</i>). La plage D4:D16 de la figure 15-80 donne les résultats de la fonction <i>LOI.F.N</i> pour 10 et 40 degrés de liberté, dans sa version non cumulative (valeurs ayant permis de tracer la courbe du graphique), et la plage F4:F16 donne les résultats de la même fonction, dans sa version cumulative. Leur syntaxe apparaît dans les troisième et quatrième cadres blancs. La plage H4:H16 donne les résultats de la fonction <i>LOI.F.DROITE</i> pour 10 et 40 degrés de liberté. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le deuxième cadre blanc. On constate aisément que ses résultats ajoutés à ceux de la plage F4:F16 donnent toujours 1. On a symbolisé cette relation dans le graphique en prenant 2 comme valeur de x et en hachurant en vert la surface sous la courbe correspondant à la valeur de la cellule F12. La partie orange, quant à elle, correspond à la valeur de la cellule H12 (la somme de F12 et H12 faisant bien 1, mesure de la surface totale sous la courbe). <i>LOI.F</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.
INVERSE.LOI.F.DROITE	La plage J4:J16 de la figure 15-80 affiche les résultats de la fonction <i>INVERSE.LOI.F.DROITE</i> . À partir de $1 - F(x)$ ($1 -$ probabilité de la fonction de répartition pour x), cette fonction renvoie la première valeur de x respectant $P(X > x)$. Sa syntaxe apparaît en rouge dans le premier cadre blanc. <i>INVERSE.LOI.F</i> est l'ancienne forme de cette fonction. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Figure 15-80
Mise en œuvre des fonctions
LOI.F.DROITE et INVERSE.LOI.F.DROITE



Indicateurs, tests et intervalles de confiance

Les fonctions afférentes à ces tests, ces intervalles et ces indicateurs sont présentées ici, car elles font toutes référence aux distributions théoriques abordées dans les sections précédentes.

PRÉCISION Pourquoi présenter cet indicateur (Kurtosis) ici ?

Le Kurtosis est un coefficient indiquant le degré d'aplatissement d'une courbe à l'aune de celui de la loi normale. À ce titre, sa place serait davantage au début de ce chapitre, parmi les indicateurs destinés à mieux cerner la forme d'une distribution (dispersion, coefficient d'asymétrie, etc.). Mais la fonction *KURTOSIS* d'Excel faisant référence à la loi normale, il semblait plus intéressant de la présenter une fois tous les détails sur cette loi connus.

Aplatissement d'une courbe

La fonction *KURTOSIS* utilise les valeurs d'une variable pour renvoyer un coefficient.

- Si ce coefficient est proche de zéro, on en conclut que le degré d'aplatissement de la courbe de la variable étudiée est proche de celui de la loi normale.
- Si ce coefficient est négatif, sa courbe est plus aplatie.
- Si ce coefficient est positif, sa courbe est plus pointue.

Pour illustrer ces différentes situations, on a mesuré la consommation annuelle de champagne (en nombre de bouteilles) dans trois échantillons de 78 ménages tirés de trois populations distinctes.

Figure 15-81
Nombre de bouteilles de champagne
consommées annuellement par 78 ménages
issus de 3 populations différentes

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
2		Population 1							Population 2							Population 3						
3		2	3	3	4	7	4		1	1	1	2	7	2		3	4	4	5	7	5	
4		4	4	5	5	7	5		2	2	3	3	7	3		5	5	5	5	7	11	
5		5	5	5	5	7	5		3	3	4	4	7	4		10	10	9	9	7	9	
6		12	11	11	10	7	10		4	4	4	5	7	5		9	9	9	6	7	6	
7		10	10	9	9	7	9		5	5	5	5	7	5		6	6	6	6	7	6	
8		9	9	9	9	7	9		13	13	13	12	7	12		6	6	6	6	7	6	
9		6	6	6	6	7	6		12	12	11	11	7	11		8	8	8	8	7	8	
10		6	6	6	6	7	6		11	11	10	10	7	10		8	8	8	8	7	8	
11		6	6	6	6	7	7		10	10	10	9	7	9		8	8	12	13	7	7	
12		8	8	8	8	7	8		9	9	9	9	8	9		7	7	7	7	7	7	
13		8	8	8	8	6	8		6	6	6	6	6	6		7	7	7	7	7	7	
14		8	8	8	8	7	7		6	6	6	8	7	8		7	7	7	7	7	7	
15		7	7	7	7	8	7		8	8	8	8	8	8		7	7	1	2	7	7	

La plage B3:G15 a été nommée Population1, I3:N15, Population2 et P3:U15, Population3.

À partir des valeurs de ces trois variables, on a calculé la fréquence des diverses modalités (1 à 13) ainsi que la moyenne, l'écart-type et le Kurtosis (figure 15-82).

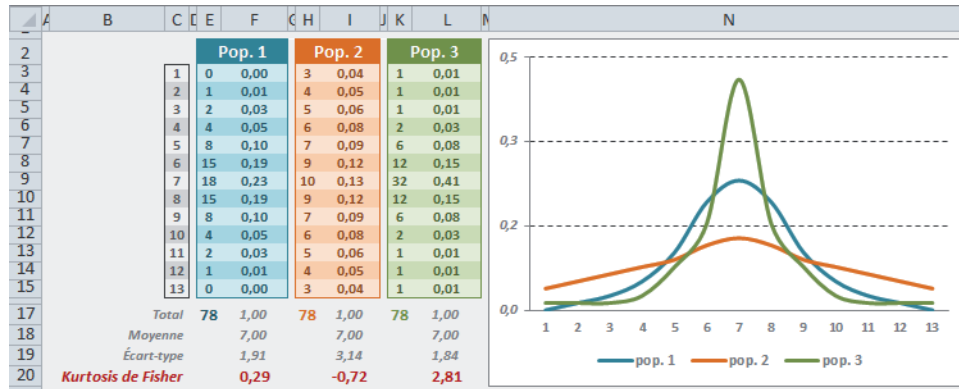


Figure 15-82
Écart-type, moyenne et Kurtosis
des trois variables étudiées

Pour calculer les indicateurs de la première variable, on a utilisé les formules suivantes :

- en E3, =NB.SI(Population1;C3), formule recopiée ensuite dans la plage E4:E15 ;
- en E17, =SOMME(E3:E15) et F17, =SOMME(F3:F15) ;
- en F18, =MOYENNE(Population1) ;
- en F19, =ECARTYPE.STANDARD(Population1) ;
- enfin, en F20, =KURTOSIS(Population1).

Les trois courbes du graphique de la figure 15-82 ont été tracées à partir des plages F3:F15, I3:I15 et L3:L15. On observe bien que la courbe de la variable correspondant à la population 3, dotée d'un Kurtosis de 2,81, est assez pointue, alors que celle correspondant à la population 2, dotée d'un Kurtosis de -0,71 est relativement aplatie. Celle qui correspond à la population 1, quant à elle, ressemble beaucoup à une distribution normale (Kurtosis de 0,29).

Tests d'hypothèses

L'étude, trop coûteuse, de certaines populations nécessite l'utilisation de techniques d'échantillonnage. Quelques tests ont été mis au point pour estimer ensuite dans quelle mesure les résultats obtenus sur les échantillons peuvent être étendus à la population. Ces tests permettent également de comparer plusieurs sous-populations ou de vérifier l'adéquation des données observées à une loi de probabilité.

COMPRENDRE Comment le Kurtosis est-il calculé ?

Cette formule, appliquée aux valeurs des trois variables, renvoie 3,11, 2,19 et 5,42. Ces coefficients diffèrent de ceux renvoyés par la fonction *KURTOSIS*. En effet, en statistiques on manipule deux types de coefficient d'aplatissement : le Kurtosis et le Kurtosis de Fisher. Le premier correspond à la première formule de la figure 15-83 et renvoie un coefficient qu'il s'agit ensuite de comparer à 3 (étalon correspondant au Kurtosis d'une distribution normale). Le second correspond à la dernière formule de la figure 15-83. Cette dernière est constituée de trois composantes dont le détail est fourni par les formules qui apparaissent en gris. Le Kurtosis de Fisher renvoie un coefficient qu'il s'agit ensuite de comparer à 0 (étalon correspondant au Kurtosis de Fisher d'une distribution normale). La fonction *KURTOSIS* d'Excel renvoie donc un Kurtosis de Fisher.

Dans la figure 15-82 :

- les cellules E17, H17 et K17 ont été nommées Total1, Total2 et Total3 ;
- les cellules F18, I18 et L18 ont été nommées Moyen1, Moyen2 et Moyen3 ;
- les cellules F19, I19 et L19 ont été nommées EType1, EType2 et EType3.

Ces noms ont été utilisés pour construire les formules de la figure 15-83, dont la syntaxe est donnée en colonne J.

- En ligne 4, on a calculé le Kurtosis en appliquant la formule indiquée en rouge colonne B (attention, il s'agit d'une formule matricielle, donc à valider avec les touches

Ctrl+Maj+Entrée). Les résultats correspondent au Kurtosis des trois variables.

- En ligne 6, on a calculé la première composante, A, du Kurtosis de Fisher en appliquant la formule indiquée en gris colonne B.
- En ligne 8, on a calculé la deuxième composante, B, du Kurtosis de Fisher en appliquant la formule indiquée en gris colonne B (attention, il s'agit d'une formule matricielle, donc à valider avec les touches *Ctrl+Maj+Entrée*).
- En ligne 10, on a calculé la troisième composante, C, du Kurtosis de Fisher en appliquant la formule indiquée en gris colonne B.
- Enfin, en ligne 12, on a assemblé les trois composantes A, B et C pour calculer le Kurtosis de Fisher qui renvoie bien la même valeur que la fonction *KURTOSIS* d'Excel.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
				Pop. 1	Pop. 2	Pop. 3			
2				3,11	2,19	5,42			
4	Kurtosis = $E[(X - m)^4]/\sigma^4$								$\{=MOYENNE((Population1-Moyen1)^4/EType1^4)$
6	$A = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}$			0,01	0,01	0,01			$\{=Total1*(Total1+1)/((Total1-1)*(Total1-2)*(Total1-3))$
8	$B = \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4$			242,61	170,78	422,71			$\{=SOMME(((Population1-Moyen1)/EType1)^4)$
10	$C = -\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$			-3,12	-3,12	-3,12			$\{=-3*(Total1-1)^2/((Total1-2)*(Total1-3))$
12	Kurtosis de Fisher = $AB + C$			0,29	-0,72	2,81			$\{=D6*D8+D10$
13									

Figure 15-83

Décomposition du calcul d'un Kurtosis et d'un Kurtosis de Fisher

Un test sert à éprouver une hypothèse : on confronte une hypothèse H_0 (hypothèse à vérifier) à une hypothèse H_1 (contre-hypothèse). Pour mieux comprendre cette notion, voici quelques exemples d'hypothèses H_0 : « L'âge n'a pas d'impact sur le fait d'être locataire ou propriétaire », ou encore « La moyenne de la population 1 est égale à celle de la population 2 ». L'objectif du test est de savoir si, pour un niveau de confiance donné, on doit rejeter ou non H_0 . Le risque d'erreur (α) couramment utilisé est 5 % (on vise donc un niveau de confiance de 95 %). Le risque de rejeter H_0 à tort est dit « de première espèce », et celui de l'accepter à tort est dit « de seconde espèce ».

On distingue les tests de conformité (comparaison d'un paramètre à une norme), les tests d'homogénéité (égalité entre deux paramètres observés), les tests d'adéquation à une distribution statistique et les tests d'indépendance (validation d'une liaison entre deux caractères).

TECHNIQUE Test unilatéral ou bilatéral (qualifier H_1)

Pour appréhender cette distinction, il faut bien comprendre que la formulation d'un test dépend énormément de la personne intéressée par son résultat. Prenons l'exemple d'un fabricant de distributeurs de boissons automatiques. À travers un test, on souhaite vérifier la moyenne de 10 ml par café annoncée par ce fabricant. Quel que soit le point de vue du testeur, l'hypothèse H_0 sera $\mu = 10$. En revanche, H_1 sera formulée différemment pour un technicien ou un consommateur. Pour un technicien, H_1 sera $\mu \neq 10$ (test bilatéral) alors que pour un consommateur, H_1 sera $\mu < 10$ (test unilatéral). En effet, le technicien est intéressé par tout écart par rapport à la moyenne annoncée : quantités trop petites (qui peuvent à la longue altérer la qualité du produit distribué) ou trop grandes (si le gobelet est insuffisamment grand et les débordements fréquents, la machine peut éventuellement tomber en panne plus souvent), alors que le consommateur est surtout motivé par le fait de ne pas être lésé. Il est donc essentiellement intéressé par les quantités inférieures à la moyenne annoncée (il n'est pas intéressé par la quantification des gobelets ayant reçu davantage de café).

En résumé, on peut dire que lorsque les valeurs du paramètre étudié sous H_1 sont toutes plus grandes ou toutes plus petites que la valeur du paramètre sous H_0 , le test est dit unilatéral ($H_0 : \mu = 10$ versus $H_1 : \mu > 10$ ou versus $H_1 : \mu < 10$), alors qu'avec $H_0 : \mu = 10$ versus $H_1 : \mu \neq 10$, le test est dit bilatéral.

Test de Student

Ce test a été conçu pour aider à comparer les moyennes de deux populations à partir des données de deux petits échantillons d'individus (n_1 et n_2) tirés au hasard et distribués selon une loi normale. Pour comprendre le fonctionnement de ce test, nous avons construit l'exemple présenté figure 15-84.

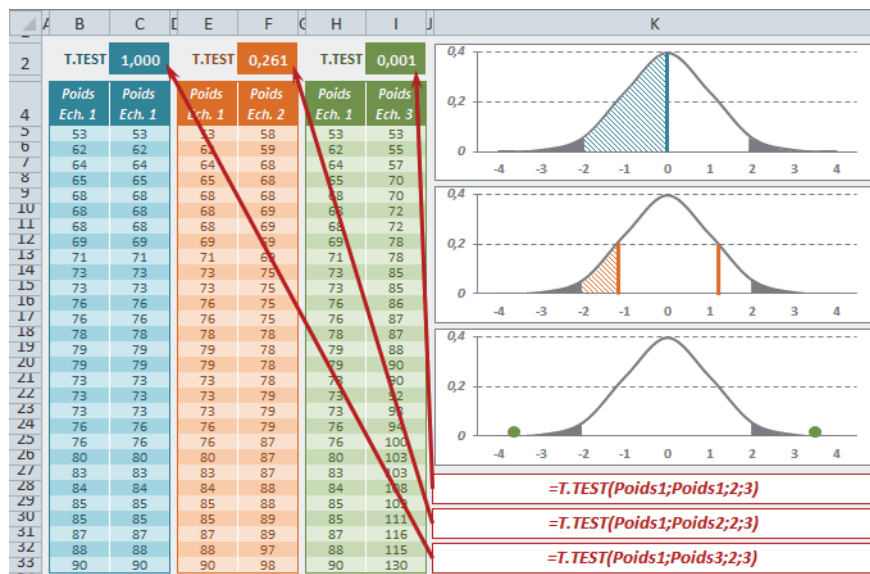


Figure 15-84
Poids des 29 individus de trois échantillons tirés de villes différentes

DÉTAIL Troisième et quatrième arguments

Les deux hypothèses H_1 sont : Moyenne population ville 1 \neq Moyenne population ville 2, et Moyenne population ville 1 \neq Moyenne population ville 3. Nous sommes donc dans un test bilatéral, c'est pourquoi le troisième argument est positionné sur 2 (voir l'aparté « Test unilatéral ou bilatéral »). S'il s'agissait d'un test unilatéral, il serait positionné sur 1.

Les échantillons 1 et 2 n'ont pas la même variance (voir la figure 15-86) et les échantillons 1 et 3 non plus. C'est pourquoi le quatrième argument est positionné sur 3 (s'ils avaient eu la même variance, il aurait été positionné sur 2).

- La plage **B5:B33** contient le poids des individus issus de la ville 1. Cette plage a été nommée **Poids1**.
- La plage **F5:F33** contient le poids des individus issus de la ville 2. Cette plage a été nommée **Poids2**.
- La plage **I5:I33** contient le poids des individus issus de la ville 3. Cette plage a été nommée **Poids3**.

À partir de ces trois échantillons, on souhaite tester les deux hypothèses H_0 suivantes, avec un risque d'erreur acceptable de 5 % :

- Moyenne du poids des individus de la ville 1 = Moyenne du poids des individus de la ville 2.
- Moyenne du poids des individus de la ville 1 = Moyenne du poids des individus de la ville 3.

Pour mettre en œuvre ce test, Excel propose la fonction **T.TEST**. La cellule **F2** contient la formule **=T.TEST(Poids1;Poids2;2;3)** qui permet de tester la première hypothèse et la cellule **I2**, la formule **=T.TEST(Poids1;Poids3;2;3)** qui permet de tester la seconde hypothèse. À titre de référence, on a entré en **C2** la formule **=T.TEST(Poids1;Poids1;2;3)** qui donne 1, probabilité que l'hypothèse H_0 , Moyenne du poids des individus de la ville 1 = Moyenne du poids des individus de la ville 1 soit vraie (... ce qui, bien entendu est un test inutile puisqu'il s'agit de la même ville, mais permet de mieux comprendre la nature du résultat renvoyé).

Le résultat de la cellule **F2** est **0,261 (26,1 %)**. Il signifie que l'on est encore au-dessus du seuil de 5 % à partir duquel on a décidé de rejeter l'hypothèse H_0 . On en conclut donc que la moyenne des poids de la population des villes 1 et 2 est la même. Le résultat de la cellule **I2** est **0,001 (0,1 %)**. Il signifie que l'on est tombé sous le seuil de 5 % à partir duquel on a décidé de rejeter l'hypothèse H_0 . On en conclut donc que la moyenne des poids de la population des villes 1 et 3 est différente (... davantage de Fast foods dans la ville 3 peut-être ?).

TEST.STUDENT est l'ancienne forme de la fonction **T.TEST**. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Test sur la moyenne

Ce test a été conçu pour mesurer la validité de la moyenne annoncée pour une population, à l'aune de celle d'un échantillon de valeurs observées, tirées de cette population. Les valeurs de cet échantillon doivent être distribuées selon une loi normale. Pour mettre en œuvre ce test, Excel fournit la fonction **Z.TEST**.

COMPRENDRE Sur quelle formule est basée la fonction T.TEST ?

La formule sur laquelle est fondée la fonction **T.TEST** est présentée figure 15-85. Elle utilise la taille, la moyenne et l'écart-type de deux échantillons dont la distribution suit une loi normale. De savantes démonstrations montrent que cette statistique suit une loi de Student à $n_1 + n_2 - 2$ degrés de liberté.

Les lignes 4 à 9 de la figure 15-86 calculent la taille, la moyenne et la variance des trois échantillons (la syntaxe des formules entrées en colonne **F** apparaît en colonne **I**).

La ligne 11 présente le résultat de la statistique **T** appliquée aux valeurs des échantillons 1-1, 1-2 et 1-3. La ligne 12 calcule la probabilité $P(T > |t|)$, selon une loi de Student à $(29 + 29 - 2) 56$ degrés de liberté, en utilisant pour **t** la valeur calculée en ligne 11. Pour comprendre l'utilisation de la fonction **LOI.STUDENT.BILATERALE**, consultez la section réservée à l'étude de la loi de Student. La cellule **H11** correspond à la statistique **T** (2,002) qui donne la valeur de seuil pour accepter ou rejeter H_0 , c'est-à-dire 5 % (0,05).

Les trois graphiques de la figure 15-84 donnent une illustration des trois probabilités renvoyées par **T.TEST**. On a représenté en gris les deux queues de courbe correspondant au seuil d'acceptation ou de rejet des hypothèses H_0 . On constate que les valeurs de **t**, matérialisées par les barres bleues (Villes 1-1) et orange (Villes 1-2), sont bien à l'intérieur du seuil, alors que la valeur de **t** pour les villes 1-3, représentée par un cercle vert, est située à l'extérieur de la zone d'acceptation.

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \left(\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \sim T_{n_1 + n_2 - 2}$$

n_1, n_2 Taille des deux échantillons
 \bar{X}_1, \bar{X}_2 Moyenne des deux échantillons
 σ_1, σ_2 Écart-type des deux échantillons
 $T_{n_1 + n_2 - 2}$ Loi de Student à $n_1 + n_2 - 2$ degrés de liberté

Figure 15-85 Calcul de la statistique sur laquelle est fondée la fonction T.TEST.

Figure 15-86 À partir de la définition du test, calcul de la statistique T pour les trois échantillons

	B	C	D	E	F	G	H	I
2			Villes 1-1	Villes 1-2	Villes 1-3	Risque erreur		=NB(Poids1)
4		Taille 1 ^{re} éch. n_1	29	29	29			=NB(Poids3)
5		Taille 2 ^e éch. n_2	29	29	29			=MOYENNE(Poids1)
6		Moyenne 1 ^{re} éch. \bar{X}_1	75,00	75,00	75,00			=MOYENNE(Poids3)
7		Moyenne 2 ^e éch. \bar{X}_2	75,00	77,79	88,86			=VAR.S(Poids1)
8		Variance 1 ^{re} éch. S_1	73,07	73,07	73,07			=VAR.S(Poids3)
9		Variance 2 ^e éch. S_2	73,07	102,46	355,84			
11		t	0,000	1,135	3,604	2,002		=ABS((F6-F7)/RACINE(((1/F4)+(1/F5))*(((F4-1)*F8)+((F5-1)*F9))/(F4+F5-2)))
12		P(T > t)	1,00	0,26	0,001	0,050		=LOI.STUDENT.BILATERALE(F11;F4+F5-2)

Pour comprendre le fonctionnement de ce test, nous avons construit l'exemple présenté figure 15-87. Les valeurs qui apparaissent dans la plage **B2:K11** représentent un échantillon de 100 taux de nitrates mesurés sur plusieurs jours, en différents points d'un circuit de distribution. Le fournisseur s'étant engagé sur un taux moyen de 11 ne devant pas être dépassé, on cherche à vérifier l'hypothèse $H_0 : \mu = 11$, avec un risque d'erreur acceptable de 0,05. L'hypothèse H_1 est donc : $\mu > 11$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2		9,8	10,5	10,7	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,5	11,8				
3		10,1	10,5	10,7	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,6	11,8				
4		10,2	10,5	10,8	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,6	11,8				
5		10,3	10,5	10,8	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,6	11,8				
6		10,3	10,6	10,8	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,6	11,9				
7		10,4	10,6	10,8	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,7	11,9				
8		10,4	10,6	10,8	10,9	11,0	11,1	11,3	11,4	11,7	11,9				
9		10,4	10,6	10,8	10,9	11,0	11,2	11,3	11,4	11,7	12,0				
10		10,4	10,7	10,9	10,9	11,0	11,2	11,3	11,5	11,7	12,0				
11		10,4	10,7	10,9	10,9	11,1	11,2	11,3	11,5	11,7	12,3				

Figure 15-87

Échantillon de 100 taux de nitrates observés sur plusieurs points d'un circuit de distribution

La plage **B2:K11** a été nommée **Nitrates**. La cellule **O7**, qui contient le taux moyen annoncé par le fournisseur a été nommée **Seuil**. La cellule **O10** contient la formule **=Z.TEST(Nitrates;Seuil)**. Elle permet

de tester l'hypothèse H_0 . Son résultat est 0,022. Cette valeur étant, inférieure à 0,05, on peut rejeter l'hypothèse H_0 et mettre en doute la fiabilité du fournisseur quant à la qualité de l'eau distribuée.

TEST.Z est l'ancienne forme de la fonction Z.TEST. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

COMPRENDRE Sur quelle formule est basée la fonction Z.TEST ?

La formule sur laquelle est fondée la fonction Z.TEST est présentée figure 15-88. Elle utilise la moyenne théorique de la population ainsi que la taille et la moyenne de l'échantillon, dont la distribution suit une loi normale. Le σ qui apparaît au dénominateur est en priorité celui de la population (si on le connaît), mais la plupart du temps on ne le connaît pas et on utilise celui ayant été calculé à partir des valeurs de l'échantillon. De savantes démonstrations montrent que cette statistique suit une loi normale centrée réduite.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

\bar{X} Moyenne de l'échantillon
 μ Moyenne de la population
 σ Écart-type de la population
 n Taille de l'échantillon

Figure 15-88

Calcul de la statistique sur laquelle est fondée Z.TEST.

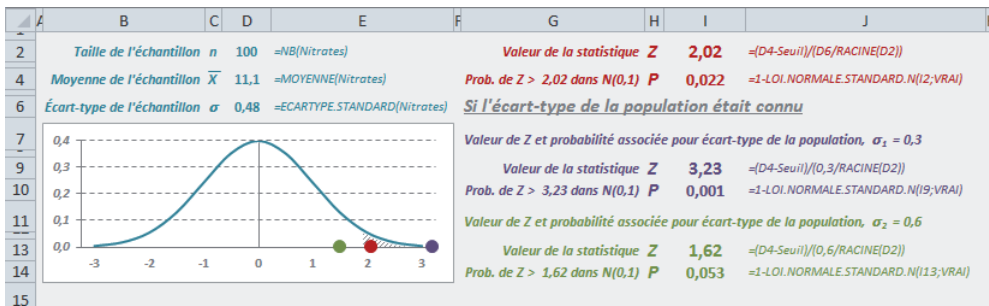
À la figure 15-89, en D2, D4 et D6, on a calculé la taille, la moyenne et l'écart-type de l'échantillon. En I2 figure la formule renvoyant la valeur de Z (pour cet échantillon) à partir de ces trois calculs partiels. La colonne J affiche la syntaxe des formules entrées en colonne I. Pour notre échantillon de 100 valeurs et pour une moyenne de la population annoncée de 11, Z vaut 2,02. Il faut donc calculer la probabilité que Z dépasse cette valeur selon la loi normale centrée réduite. En utilisant la fonction LOI.NORMALE.STANDARD.N dans sa version cumulée (voir la section consacrée à l'étude de la loi normale), la pro-

tabilité retournée en I4 est 0,022, valeur identique à celle renvoyée par la fonction Z.TEST.

La fonction Z.TEST accepte un troisième argument facultatif qui est l'écart-type de la population lorsque ce dernier est connu (on a vu que lorsqu'il ne l'était pas, c'était l'écart-type de l'échantillon qui était utilisé). Afin de voir l'impact de cette valeur sur la probabilité retournée, on a calculé deux autres statistiques Z en prenant un écart-type de la population inférieur à celui de l'échantillon (0,3) et un écart-type supérieur (0,6). Dans le premier cas, la probabilité retournée est encore bien plus petite que précédemment (on est donc encore davantage amené à rejeter l'hypothèse H_0). Dans le deuxième cas, la probabilité retournée est plus grande et atteint une valeur très légèrement supérieure à 5 %, ce qui nous autoriserait à ne pas rejeter H_0 .

Le graphique de la figure 15-89 donne une illustration des trois probabilités calculées (avec l'écart-type de l'échantillon, un écart-type pour la population de 0,3, et un autre de 0,6). On a représenté en gris la queue de courbe correspondant au seuil d'acceptation ou de rejet de l'hypothèse H_0 . On a matérialisé par des cercles de couleur la position des valeurs de Z correspondant aux trois calculs. Les pastilles rouge et mauve se situent bien dans la zone de rejet alors que la pastille verte est placée dans la zone d'acceptation.

Figure 15-89 À partir de la définition du test, calcul de la statistique Z pour l'échantillon étudié



Test de Fisher-Snedecor

À partir de deux échantillons indépendants (n_1, n_2) distribués selon une loi normale, le test de Fisher-Snedecor permet de savoir si, avec un risque d'erreur acceptable, les variances des populations dont ils sont issus peuvent être considérées comme identiques. La statistique utilisée ici est construite à partir du rapport des variances des deux échantillons

(la plus importante étant placée au dénominateur). De savantes démonstrations montrent que cette statistique suit une loi de Fisher-Snedecor à $n_1 - 1$ et $n_2 - 1$ degrés de liberté (voir la section réservée à l'étude de la loi de Fisher-Snedecor).

Pour comprendre ce test, nous avons construit l'exemple présenté figure 15-90. À partir de deux échantillons de 50 femmes et 50 hommes habitant tous la même ville, on souhaite savoir, pour l'ensemble de la ville, si la variance de la variable « Taille » pour la population masculine est la même que celle de la population féminine. La plage réunissant les tailles de l'échantillon féminin (C2:L6) a été nommée Femmes, et celle qui réunit les tailles de l'échantillon masculin (C8:L12) a été nommée Hommes.

L'hypothèse H_0 que nous souhaitons évaluer avec *F.TEST* est donc « variance de la variable Taille des hommes habitant la ville = variance de la variable Taille des femmes habitant la ville ». La formule =*F.TEST*(Femmes;Hommes) entrée en G14 renvoie 0,81 (81 %), qui est bien supérieure à 5 % (pourcentage d'erreur généralement considéré comme acceptable pour considérer comme vraie l'hypothèse H_0). On peut donc affirmer que la variance de la taille des hommes et des femmes pour les habitants de cette ville est la même.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2													
3													
4													
5													
6													
8													
9													
10													
11													
12													
14													

Figure 15-90 Taille de 50 hommes et 50 femmes constituant deux échantillons dont les valeurs suivent une loi normale.

COMPRENDRE Sur quelle formule est basée la fonction F.TEST ?

Le test de Fisher-Snedecor étant calculé à partir du rapport des variances de deux échantillons, on a entré, à la figure 15-91, en D2 et D6, les formules permettant d'obtenir ces deux variances. La syntaxe des formules apparaît en colonne F. La cellule D10 affiche la valeur de ce rapport, 0,93 (on place toujours la variance la plus grande au dénominateur). On utilise ensuite *LOI.F.N*, présentée dans la section réservée à l'étude de la loi de Fisher-Snedecor. Avec les degrés de liberté 49 et 49 ($n_1 - 1$ et $n_2 - 1$), on obtient bien 0,81 (ce qui est conforme au résultat renvoyé par la fonction *F.TEST*). On utilise ici *2*LOI.F.N* car on travaille avec une probabilité bilatérale (l'hypothèse H_1 étant $\sigma_f \neq \sigma_h$, le test est bilatéral). Mesurer la validité de la statistique F à l'aune de la loi de Fisher-Snedecor permet de tenir compte de la taille de l'échantillon utilisé. De manière un peu simpliste, on peut dire qu'une légère différence observée sur la variance de deux petits échantillons devient de moins en moins acceptable avec de grands échantillons. Avec les deux variances de notre exemple (41,44 et 44,34), on peut dire que le même rapport de variances (0,93) observé sur deux échantillons de 3 000 individus nous rapprocherait de la probabilité critique de 5 % (voir les calculs effectués dans la cellule D14). À partir d'un échantillon de 3 350 individus, nous serions amenés à rejeter l'hypothèse H_0 .

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							

Figure 15-91 À partir de la définition du test, calcul de la statistique F pour l'échantillon étudié

TEST.F est l'ancienne forme de la fonction *F.TEST*. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Test d'ajustement du Khi-deux

Ce test a été conçu pour vérifier que les valeurs observées dans un échantillon se distribuaient selon une loi normale (condition sur laquelle repo-

CRITÈRES Conditions d'utilisation de ce test

On démontre (en s'appuyant sur de savants calculs) qu'à partir d'une taille d'échantillon supérieure ou égale à 30, et avec des effectifs espérés tous supérieurs ou égaux à 5, la statistique d'ajustement obéit, sous H_0 , à une loi du Khi-deux à $n-1-r$ degrés de liberté (r représente le nombre de paramètres qu'il a fallu définir pour pouvoir calculer les effectifs théoriques).

$$\sum_{i=0}^n \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i} \sim \chi^2_{n-1-r}$$

Figure 15-92
Statistique d'ajustement du Khi-deux

Figure 15-93
Un restaurateur observe les choix de ses clients relativement aux dix plats proposés dans sa carte.

CRITÈRES Vérifier que l'on est bien dans les conditions d'utilisation du test

Avant d'aller plus loin, on vérifie bien que l'exemple se prête au test d'ajustement du Khi-deux :

- la taille de l'échantillon est supérieure à 30 (on a observé 250 individus) ;
- tous les effectifs espérés sont supérieurs ou égaux à 5 (ils valent tous 25).

On peut donc procéder au test.

sent les tests de Student, du Z et de Fisher présentés ci-dessus). Plus généralement, le test d'ajustement du Khi-deux permet de confronter l'hypothèse H_0 : « la variable étudiée obéit à la distribution théorique spécifiée » à la contre-hypothèse H_1 : « La variable étudiée n'obéit pas à la distribution théorique spécifiée ». Pour mettre en œuvre ce test, Excel propose la fonction **CHISQ.TEST**.

Concrètement, pour mettre en œuvre ce test, il faut regrouper les données de l'échantillon en n classes et comparer les effectifs observés dans chacune des classes (O_i) avec les effectifs espérés théoriquement (T_i) pour que H_0 soit vraie. On peut alors calculer la statistique d'ajustement dont la formule est donnée figure 15-92.

Pour comprendre le fonctionnement de ce test, nous avons construit l'exemple présenté figure 15-93. Un restaurateur propose dix plats. Il souhaite savoir si le choix de ses clients se répartit équitablement entre ces dix plats. Il procède à deux observations : la première, en semaine, un mercredi midi, et la seconde, un samedi soir. La page **C3:D12** contient les résultats de ces deux observations (à chaque fois, il a servi 250 clients).

	A	B	C	D	E	F	G	H
2			N° plat	Choix observés 1	Choix observés 2	Choix théoriques		
3		1	26	31	25,0		=TotPlats/TotChoix	
4		2	24	24	25,0			
5		3	31	31	25,0			
6		4	18	18	25,0			
7		5	26	26	25,0			
8		6	15	13	25,0			
9		7	35	36	25,0			
10		8	21	18	25,0			
11		9	24	21	25,0			
12		10	30	32	25,0			
14		10	250	250	250		=SOMME(Théoriques)	
16			0,154				=CHISQ.TEST(Observés1;Théoriques)	
17				0,017			=CHISQ.TEST(Observés2;Théoriques)	

La plage **C3:C12** a été nommée **Observés1**, la plage **D3:D12**, **Observés2**, la cellule **B14**, **TotChoix**, la cellule **C14**, **TotPlats** et la plage **F3:F12**, **Théoriques**. Dans cette dernière, le restaurateur a calculé les effectifs théoriques correspondant à l'hypothèse H_0 : « Le choix des clients se répartit équitablement sur les dix plats. » La syntaxe de la formule utilisée dans cette plage est donnée cellule **H3**.

En **C16**, on a entré la formule **=CHISQ.TEST(Observés1;Théoriques)** qui renvoie **0,154** et en **D17**, la formule **=CHISQ.TEST(Observés2;Théoriques)** qui renvoie **0,017**. En fixant à **5 %** le risque d'accepter H_0 à tort, on peut en conclure que le mercredi midi, H_0 est vraie (le choix des clients se répartit équitablement entre les dix plats) car **0,154 > 0,05**, alors qu'en considérant les résultats du samedi soir, il faut rejeter H_0 (**0,017 < 0,05**).

COMPRENDRE Sur quels calculs est basée la fonction CHISQ.TEST ?

La formule sur laquelle est fondée la fonction **CHISQ.TEST** est présentée figure 15-92. À la figure 15-94, on l'a appliquée en **D2** et **D3** aux deux échantillons observés (attention, il s'agit de formules matricielles qu'il faut donc valider en pressant les touches **Ctrl+Maj+Entrée**).

Comme on l'a annoncé dans l'introduction, cette statistique suit une loi du Khi-deux à $n-1-r$ degrés de liberté. Les effectifs théoriques ayant pu être directement calculés sans fixer de paramètre quelconque, $r = 0$. Il faut donc mesurer les deux statistiques calculées en **D2** et **D3** à l'aune d'une loi du Khi-deux à 9 degrés de liberté (10-1).

Pour tracer la courbe du graphique, on a utilisé la fonction **LOI.KHI-DEUX.N** (sous sa forme non cumulative) avec 9 degrés de liberté. La surface sous la courbe correspondant à la probabilité $P_9(X > 16,92) = 0,05$, c'est-à-dire la zone de rejet de l'hypothèse H_0 , a été grisée. En **D5**, on a utilisé la formule **=LOI.KHIDEUX.DROITE(D2;TotChoix-1)** pour obtenir la probabilité correspondant à la première statistique, et en **D6** la formule **=LOI.KHIDEUX.DROITE(D3;TotChoix-1)** pour obtenir la probabilité correspondant à la deuxième statistique (voir, un peu plus haut, la section consacrée à l'étude de la loi du Khi-deux). Les deux valeurs retournées sont bien les mêmes que celles de la fonction **CHISQ.TEST**.

Sur le graphique, on a matérialisé par des points de couleur la valeur des deux statistiques. On observe bien que la première (13,20) se trouve dans la zone d'acceptation, alors que la seconde (20,08) est située dans la zone de rejet de l'hypothèse H_0 .

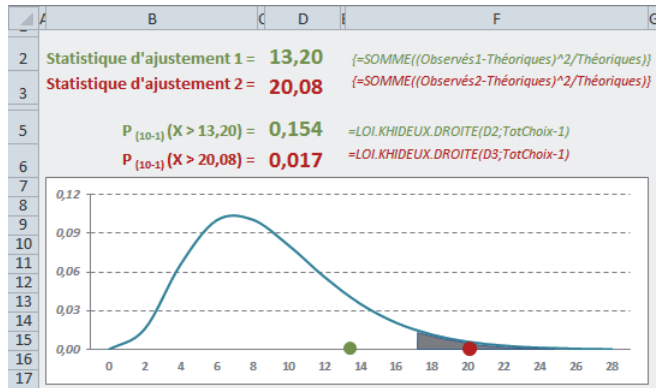


Figure 15-94 Calcul de la statistique sur laquelle est fondée CHISQ.TEST

Test d'indépendance du Khi-deux

Le test du Khi-deux peut également servir à mesurer l'indépendance de deux caractères pris par une même population. En d'autres termes, ce test permet de savoir si la valeur prise pour l'un des caractères influence celle qui est prise pour l'autre. Il est souvent utilisé pour croiser des tranches d'âge et des niveaux de revenus, ou encore des niveaux de scolarité et des types de sports ou de voyages, et même le sexe des individus et leurs opinions politiques. Le test d'indépendance utilise la même statistique que le test d'ajustement, c'est-à-dire celle qui est basée sur la formule présentée figure 15-92.

Pour comprendre le fonctionnement de ce test, nous avons construit l'exemple présenté figure 15-96. À partir d'un échantillon de 2 500 individus, on cherche à savoir si le fait d'être propriétaire ou locataire est lié à l'âge. À partir des données observées (page **D3:E6** nommée **Observés**), on a fait les totaux en ligne et en colonne (pages **F3:F7** et **D7:F7**). Dans le tableau vert, on a utilisé ces totaux pour construire les valeurs théoriques de la page **D9:E12** (nommée **Théo**). La syntaxe de la formule entrée en **D9** apparaît en **H9**. Elle a ensuite été recopiée dans la plage **D9:E12**.

CRITÈRES Vérifier que l'on est bien dans les conditions d'utilisation du test

Avant d'aller plus loin, on vérifie bien que l'exemple se prête au test d'indépendance du Khi-deux :

- la taille de l'échantillon est supérieure à 30 (on a observé 2 500 individus) ;
- tous les effectifs espérés sont supérieurs ou égaux à 5 (ils valent au minimum 237).

On peut donc procéder au test.

EN PRATIQUE

Calculer le tableau des effectifs théoriques

Concrètement, pour mettre en œuvre ce test, il faut regrouper les données de la variable correspondant au premier caractère en M classes, celles de la variable correspondant au deuxième caractère en N classes, puis calculer les effectifs croisés O_{mn} (voir figure 15-95).

Une fois ce premier tableau établi (page D5:I10), il faut calculer les T_{mn} , effectifs théoriques obtenus à partir du produit des totaux en lignes et en colonnes, ramené à l'effectif total (page D16:I21). La suite se déroule comme pour le test d'ajustement, en utilisant comme valeurs observées les données du premier tableau, et comme valeurs théoriques, celles du deuxième tableau. La valeur de la statistique obtenue doit être mesurée à l'aune d'une loi du Khi-deux à $(M-1)(N-1)$ degrés de liberté.

Figure 15-95

Tableaux des effectifs observés et théoriques nécessaires au calcul d'un test d'indépendance du Khi-deux

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2				Effectifs observés						
3				Caractère B						
4				B ₁	B ₂	...	B _n	...	B _N	Total
5	Caractère A	A ₁		O ₁₁	O ₁₂		O _{1n}		O _{1N}	O _{1*}
6		A ₂		O ₂₁	O ₂₂		O _{2n}		O _{2N}	O _{2*}
7	
8		A _m		O _{m1}	O _{m2}		O _{mn}		O _{mN}	O _{m*}
9	
10		A _M		O _{M1}	O _{M2}		O _{Mn}		O _{MN}	O _{M*}
11		Total		O _{*1}	O _{*2}	...	O _{*n}	...	O _{*N}	O _{MN}
13				Effectifs théoriques						
14				Caractère B						
15				B ₁	B ₂	...	B _n	...	B _N	Total
16	Caractère A	A ₁		(O _{1*} * O _{*1}) / O _{MN}	(O _{1*} * O _{*2}) / O _{MN}		(O _{1*} * O _{*n}) / O _{MN}		(O _{1*} * O _{*N}) / O _{MN}	O _{1*}
17		A ₂		(O _{2*} * O _{*1}) / O _{MN}	(O _{2*} * O _{*2}) / O _{MN}		(O _{2*} * O _{*n}) / O _{MN}		(O _{2*} * O _{*N}) / O _{MN}	O _{2*}
18	
19		A _m		(O _{m*} * O _{*1}) / O _{MN}	(O _{m*} * O _{*2}) / O _{MN}		(O _{m*} * O _{*n}) / O _{MN}		(O _{m*} * O _{*N}) / O _{MN}	O _{m*}
20	
21		A _M		(O _{M*} * O _{*1}) / O _{MN}	(O _{M*} * O _{*2}) / O _{MN}		(O _{M*} * O _{*n}) / O _{MN}		(O _{M*} * O _{*N}) / O _{MN}	O _{M*}
22		Total		O _{*1}	O _{*2}	...	O _{*n}	...	O _{*N}	O _{MN}

	A	B	C	D	E	F	G	H
2				Propriétaires	Locataires	Total		
3	Observations	20-29		240	260	500	=SOMME(D3:E3)	
4		30-44		375	375	750		
5		45-59		431	319	750		
6		60 et +		268	232	500		
7		Total		1 314	1 186	2 500	=SOMME(F3:F6)	
9	V. théoriques	20-29		262,8	237,2	500	=F3*D57/\$F\$7	
10		30-44		394,2	355,8	750		
11		45-59		394,2	355,8	750		
12		60 et +		262,8	237,2	500		
13		Total		1 314	1 186	2 500		
								CHISQ.TEST = 0,0035 =CHISQ.TEST(D3:E6,D9:E12)

Figure 15-96

Le tableau gris réunit les données observées et le tableau vert, les valeurs théoriques.

En H12, on a entré la formule `=CHISQ.TEST(Observés;Théo)` qui renvoie 0,0035. En fixant à 5 % le risque d'accepter H_0 à tort (H_0 = « L'âge n'a pas d'influence sur le fait d'être propriétaire ou locataire »), on peut en conclure que l'âge a une influence, car $0,0035 < 0,05$. Il faut donc rejeter H_0 .

`TEST.KHIDEUX` est l'ancienne forme de la fonction `CHISQ.TEST`. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

COMPRENDRE Détail du calcul

À la figure 15-97, on a appliqué la formule de calcul de la statistique du Khi-deux en C2 (attention, il s'agit d'une formule matricielle qu'il faut donc valider en pressant les touches **Ctrl+Maj+Entrée**).

Dans le cadre d'un test d'indépendance, cette statistique suit une loi du Khi-deux à $(M-1)(N-1) = (4-1)(2-1) = 3 * 1 = 3$ degrés de liberté. Il faut donc mesurer la statistique calculée en C2 à l'aune d'une loi du Khi-deux à 3 degrés de liberté.

Pour tracer la courbe du graphique, on a utilisé la fonction **LOI.KHIDEUX.N** (sous sa forme non cumulative) avec 3 degrés de liberté. La surface sous la courbe correspondant à la probabilité $P_3(X > 7,8) = 0,05$, c'est-à-dire la zone de rejet de l'hypothèse H_0 , a été grisée. En C3, on a utilisé la formule **=LOI.KHIDEUX.DROITE(C2;3)** pour obtenir la probabilité correspondant à cette statistique (voir la section consacrée à l'étude de la loi du Khi-deux). La valeur retournée correspond bien au résultat de **CHISQ.TEST**. Sur le graphique, on a matérialisé par un point rouge la valeur de la statistique (13,60). On observe bien qu'elle se situe dans la zone de rejet de l'hypothèse H_0 .

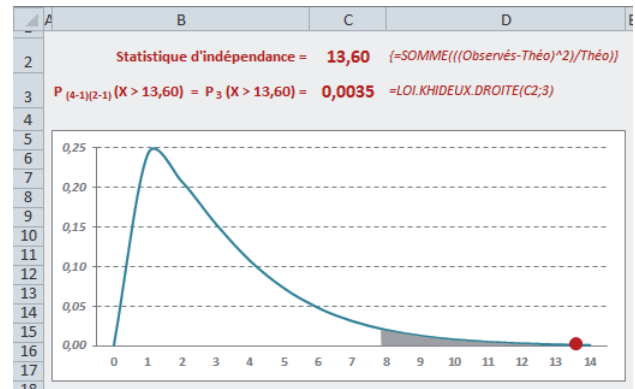


Figure 15-97 Calcul de la statistique sur laquelle est fondée CHISQ.TEST.

Intervalles de confiance

L'objet de nombreuses études statistiques est de faire des estimations sur une population à partir d'observations réalisées sur un échantillon. La valeur (v) obtenue à l'issue des calculs n'est jamais une certitude. En revanche, si la variable étudiée (sur l'échantillon) suit une distribution théorique connue (loi normale ou de Student), on peut définir un intervalle dans lequel $v \pm x\%$ de chances de se trouver. On appelle cet intervalle « Intervalle de confiance », et $x\%$ représente le niveau de confiance.

α (niveau de signification) représente la probabilité d'erreur, c'est-à-dire la probabilité que v ne se situe pas dans l'intervalle de confiance. En pratique, on prend souvent $\alpha = 0,01$ ou $\alpha = 0,05$, ce qui donne un niveau de confiance égal à $1-\alpha$ de 99 % ou 95 %.

Évaluer et encadrer la moyenne d'une population

Un constructeur garantit une machine dix ans. On étudie deux échantillons de 25 et 100 machines dont on mesure la durée de vie. À la suite de cela, on calcule la moyenne obtenue sur chaque échantillon afin d'en extrapoler une moyenne « théorique » pour l'ensemble des machines fournies par le fabricant. C'est autour de cette moyenne « théorique » que l'on souhaite définir un intervalle de confiance. Pour calculer cet intervalle de confiance, Excel offre deux fonctions : **INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL** et **INTERVALLE.CONFIANCE.STUDENT**. Si votre échantillon est suffisamment grand (> 100), optez pour la première, sinon, choisissez la seconde.

	A	B	C	D	E	F
2		6,8	8,9	9,8	10,4	11,1
3		7,6	9,1	9,8	10,4	11,2
4		8,2	9,3	10,1	10,5	11,9
5		8,8	9,6	10,2	10,9	12,3
6		8,8	9,7	10,4	10,9	13,0
8		6,8	9,1	9,8	10,2	10,9
9		7,6	9,1	9,8	10,2	10,9
10		7,7	9,3	9,8	10,2	11,2
11		8,1	9,3	9,8	10,3	11,2
12		8,2	9,3	9,8	10,3	11,2
13		8,2	9,3	9,8	10,3	11,2
14		8,6	9,4	9,8	10,3	11,2
15		8,6	9,4	9,8	10,4	11,2
16		8,6	9,4	9,9	10,4	11,3
17		8,6	9,4	9,9	10,4	11,3
18		8,6	9,6	9,9	10,7	11,3
19		8,6	9,6	10,0	10,7	11,3
20		8,6	9,6	10,0	10,7	11,3
21		8,8	9,6	10,0	10,7	11,3
22		8,8	9,6	10,1	10,7	11,9
23		8,8	9,6	10,1	10,7	11,9
24		8,8	9,6	10,1	10,9	12,1
25		8,8	9,6	10,1	10,9	12,1
26		9,1	9,7	10,1	10,9	12,3
27		9,1	9,7	10,1	10,9	13

Figure 15-98 Le premier tableau (bleu) réunit les durées de vie des 25 machines constituant le premier échantillon, et le second tableau (violet), celles des 100 machines constituant le second échantillon.

Figure 15-98, le premier tableau (plage B2:F6) a été nommé *PetitEch*, et le second (plage B8:F27), *GrandEch*. Figure 15-99, les cellules C2 et C4 donnent les paramètres nécessaires au calcul des fonctions *INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL* et *INTERVALLE.CONFIANCE.STUDENT*. Il s'agit de l'écart-type de la population (si vous ne le connaissez pas, utilisez celui de l'échantillon), et de la valeur de α (5 %), dont on déduit le niveau de confiance de l'intervalle trouvé ($1-\alpha = 95\%$).

	A	B	C	D	E	F	G	H
2		Ecart-type population (σ)	0,90					
4		Alpha (α)	0,05					
6		Petit échantillon						
8		Taille (n)	25	=NB(PetitEch)				
10		Moyenne (m)	9,99	=MOYENNE(PetitEch)				
12		Intervalle de confiance	0,37	=INTERVALLE.CONFIANCE.STUDENT(C4;C2;C8)				
14						9,62 ≤ m ≤ 10,36		
16		Grand échantillon						
18		Taille (N)	100	=NB(GrandEch)				
20		Moyenne (m)	9,98	=MOYENNE(GrandEch)				
22		Intervalle de confiance	0,18	=INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL(C4;C2;C16)				
24						9,80 ≤ m ≤ 10,15		
25								

Figure 15-99
L'intervalle de confiance encadrant la moyenne à partir du petit échantillon est à peu près deux fois plus grand que l'intervalle calculé à partir du grand échantillon.

On a donc utilisé *INTERVALLE.CONFIANCE.STUDENT* (0,37 en C12) pour encadrer la moyenne trouvée à partir du petit échantillon, et *INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL* (0,18 en C22) pour encadrer la moyenne trouvée à partir du grand échantillon. On obtient l'intervalle en soustrayant et ajoutant cette valeur à la moyenne.

COMPRENDRE Les fondements du calcul

Dans les deux cas, le calcul est basé sur le rapport de l'écart-type de la population sur la racine carrée de la taille de l'échantillon. La différence se situe au niveau de la loi de probabilité utilisée pour renvoyer la valeur correspondant à un risque d'erreur assumé de 0,05.

En C3, on a calculé la valeur de t pour qu'à l'aune d'une loi de Student à $n-1$ (24) degrés de liberté on ait $P(T < |t|) = 95\%$. La cellule affiche 2,06, ce qui signifie que $P(-2,06 < T < 2,06) = 95\%$.

En C9, on a calculé la valeur de z pour qu'à l'aune d'une loi normale centrée réduite on ait $P(Z < |z|) = 95\%$. La cellule affiche 1,96, ce qui signifie que $P(-1,96 < Z < 1,96) = 95\%$. Pour obtenir l'intervalle de confiance, il suffit d'appliquer les formules présentées en lignes 7 et 13. Vous constatez que vous obtenez bien les mêmes résultats qu'avec les fonctions *INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL* et *INTERVALLE.CONFIANCE.STUDENT*.

	A	B	C	D	E	F
2		Petit échantillon				
3		$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} =$	2,06	=LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE(Alpha;NbPetit-1)		
5		Intervalle de confiance	0,37	=C3*(EType/RACINE(NbPetit))		
7		$\zeta_{-p} = m - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \zeta_{+p} = m + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$				
8		Grand échantillon				
9		$z_{\alpha/2} =$	1,96	=LOI.NORMAL.STANDARD.INVERSE(Alpha/2)		
11		Intervalle de confiance	0,18	=C9*(EType/RACINE(NbGrand))		
13		$\zeta_{-g} = m - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad \zeta_{+g} = m + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$				

Figure 15-100 Calcul de la valeur de x pour que $P(X < |x|) = 95\%$ à partir de la loi normale centrée réduite (1,96) et de la loi de Student (2,06)

`INTERVALLE.CONFIANCE` est l'ancienne forme de la fonction `INTERVALLE.CONFIANCE.NORMAL`. Elle est conservée dans Excel 2010 pour assurer la compatibilité avec les versions antérieures.

Calculer et encadrer le coefficient de corrélation

COMPRENDRE La transformation de Fisher

La transformation de Fisher est une fonction qui transforme une distribution asymétrique en une distribution se rapprochant d'une loi normale (voir figure 15-101). La fonction `FISHER`, disponible dans Excel, assure cette transformation (voir figure 15-102).

La courbe représentée sur le graphique de la figure 15-102 correspond aux données de la plage `D3:D13`. La cellule `D3` contient la formule `=FISHER(B3)` qui a ensuite été recopiée dans la plage `D4:D13`. L'algorithme correspondant aux calculs effectués par la fonction `FISHER`, $F(r)$, apparaît en bleu, au sommet de la figure 15-102.

Excel fournit également la fonction `FISHER.INVERSE` qui permet de faire la transformation inverse. La cellule `F3` contient la formule `=FISHER.INVERSE(D3)` qui a ensuite été recopiée dans la plage `F4:F13`. L'algorithme r , correspondant aux calculs effectués par la fonction `FISHER.INVERSE`, apparaît en violet, au sommet de la figure 15-102.

En statistiques, la transformation de Fisher est essentiellement utilisée pour réaliser un encadrement du coefficient de corrélation (ρ) de deux variables X et Y distribuées selon une loi normale.

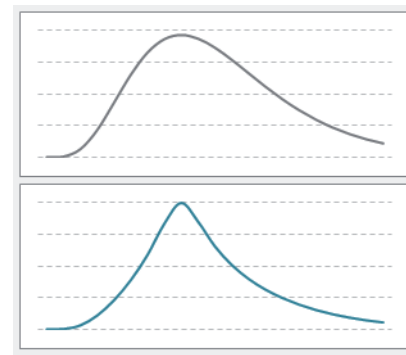
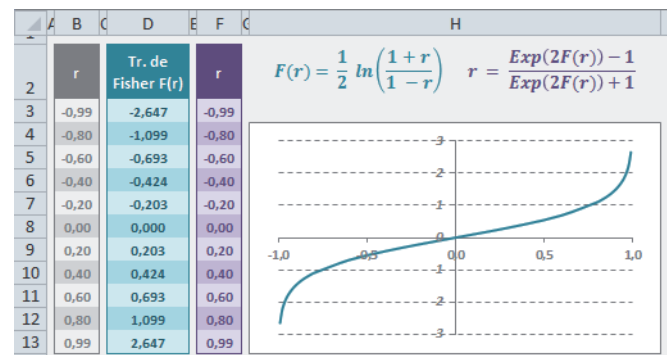


Figure 15-101 Distribution de Fisher (LOI.F.N) à 11 et 80 degrés de liberté (première courbe) passée par le filtre d'une transformation de Fisher (FISHER) (seconde courbe)

Figure 15-102
Mise en œuvre des fonctions `FISHER` et `FISHER.INVERSE`



À partir de l'établissement scolaire ayant déjà servi d'exemple au début de ce chapitre, on a tiré un nouvel échantillon aléatoire de 40 élèves pour lequel on a calculé la moyenne annuelle des contrôles continus réalisés en physique, et consigné les notes obtenues à l'examen blanc pour cette même matière (figure 15-103). La plage `B5:F12` a été nommée `ExamenBlanc`, et la plage `H5:L12`, `MoyenneAn`.

On dispose donc de deux variables X et Y , distribuées normalement, et dont on calcule le coefficient de corrélation. On veut déduire de ce premier résultat le coefficient de corrélation entre ces mêmes variables, mais pour l'ensemble des élèves de l'établissement. Pour cela, on prend le coefficient calculé à partir de l'échantillon, mais associé à un encadre-

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													

Figure 15-103 Physique : moyenne annuelle des contrôles continus et notes obtenues à l'issue de l'examen blanc

COMPRENDRE

Complexité de l'encadrement de ρ

Réaliser un encadrement du coefficient de corrélation (ρ) n'est pas une tâche facile car la distribution de ρ est complexe dès qu'il s'éloigne de 0. En passant par la fonction **FISHER**, on transforme la distribution de ρ en une nouvelle variable, $F(\rho)$, qui suit approximativement une loi normale (μ, σ) dès que l'échantillon est suffisamment grand (>30).

En quelque sorte, cette loi sert de « sas ». Grâce à elle, on peut construire un intervalle de confiance autour de $F(\rho)$, et en déduire, par transformation inverse, un intervalle de confiance autour de ρ .

$$\mu = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) + \frac{r}{2(n-1)}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-3}$$

Figure 15-104 Espérance et variance de la loi $F(r)$, n correspondant à la taille de l'échantillon

ment. Ainsi, on peut dire que le coefficient de corrélation pour l'ensemble de l'établissement se situe dans une plage de valeurs comprises dans l'intervalle $[\rho_-, \rho_+]$ (voir figure 15-105). À condition que les deux variables quantitatives X et Y soient distribuées selon une loi normale et que l'échantillon aléatoire ait une taille suffisante (>30), la transformation de Fisher permet de définir cet encadrement.

À partir des valeurs de notre exemple, la figure 15-105 (en colonne **G**, on a la syntaxe des formules entrées en colonne **E**) présente une application pratique de la théorie exposée dans la section précédente. Cette application se déroule en cinq phases :

- 1 Détermination du niveau de confiance de l'encadrement à définir.
- 2 Calcul du coefficient de corrélation à partir des données de l'échantillon.
- 3 Application de la transformation de Fisher à ce coefficient.
- 4 Encadrement de la valeur obtenue à l'étape 3.
- 5 À partir de l'encadrement calculé à l'étape 4, définition de l'encadrement du coefficient de corrélation.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
2			1. Paramètres relatifs au niveau de confiance de l'encadrement										
3			Alpha	α	0,05								
4			$Z_{\alpha/2}$		1,96			=LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(Alpha/2)					
6			2. Calcul de ρ (coefficient de corrélation)										
7			Coefficient de corrélation	ρ	0,88			=COEFFICIENT.CORRELATION(ExamenBlanc;MoyenneAn)					
9			3. Calcul de $F(\rho)$ (ρ ayant subi une transformation de Fisher)										
10			Fisher de ρ	$F(\rho)$	1,40			=FISHER(CoeffCorr)					
12			4. Encadrement de $F(\rho)$				1,08 ≤ $F(\rho)$ ≤ 1,72						
13			Effectif	n	40			=NB(ExamenBlanc)					
14			Borne inférieure de $F(\rho)$	ζ_{p-}	1,08			=CorrFisher-(ProbaZ0025/RACINE(Eff-3))					
15			Borne supérieure de $F(\rho)$	ζ_{p+}	1,72			=CorrFisher+(ProbaZ0025/RACINE(Eff-3))					
16			$\zeta_{p-} = F(\rho) - \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n-3}}$				$\zeta_{p+} = F(\rho) + \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n-3}}$						
18			5. Encadrement de ρ				0,79 ≤ ρ ≤ 0,94						
19			Borne inférieure de ρ	ρ_-	0,79			=FISHER.INVERSE(E14)					
20			Borne supérieure de ρ	ρ_+	0,94			=FISHER.INVERSE(E15)					

Figure 15-105 Un calcul en cinq étapes pour obtenir l'encadrement du coefficient de corrélation

Dans la cellule **E3**, nommée **Alpha**, on a entré le risque acceptable pour la définition de notre encadrement (5 %). Cette valeur signifie que la probabilité pour que le coefficient de corrélation des variables X et Y sur l'ensemble des élèves ne se trouve pas dans l'intervalle $[0,79, 0,94]$ est de 0,05. Dans la cellule **E4**, nommée **ProbaZ0025**, on a utilisé la fonction **LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE** pour calculer la valeur de z correspondant à $P(Z < |z|) = 0,95$, probabilité associée à la loi normale centrée réduite. La formule entrée en cellule **E4** utilise **Alpha/2** pour prendre en compte les deux queues de courbe. En effet, on a bien **=LOI.NORMALE.**

`STANDARD.N(-1,96;VRAI) = 0,025` et `=1-LOI.NORMALE.STANDARD.N(1,96;VRAI)` = 0,025, la somme des deux donnant bien les 0,05 fixés en E3.

Dans la cellule E7, nommée `CoefCorr`, on a calculé le coefficient de corrélation à partir des valeurs de l'échantillon, puis en E10 nommée `CorrFisher`, on a appliqué la transformation de Fisher à ce coefficient. En E13, nommée `Eff`, apparaît l'effectif de l'échantillon (n). Cette valeur est utilisée en E14 et E15, cellules dans lesquelles on a calculé les limites inférieures et supérieures de l'encadrement de $F(p)$. La syntaxe générale des formules utilisées pour le calcul de cet encadrement est donnée au niveau de la ligne 16. Enfin, en E19 et E20, on a utilisé la fonction `FISHER.INVERSE` pour déduire, des résultats obtenus à l'étape 4, l'encadrement de p .

ALLER PLUS LOIN Quelques outils complémentaires

Si vous n'êtes pas satisfait des outils statistiques proposés à travers les 100 fonctions détaillées dans ce chapitre, vous pouvez toujours explorer l'utilitaire d'analyse qui n'est pas affiché par défaut dans le ruban. Pour pouvoir y accéder, il faut d'abord l'installer :

1. Sélectionnez *Fichier>Options>Compléments*.
2. Au bas de la boîte de dialogue, vérifiez que c'est bien *Compléments Excel* qui apparaît dans la liste déroulante, et cliquez sur *Atteindre*.
3. Dans la boîte de dialogue, cochez les cases *Analysis ToolPak* et *Analysis ToolPak – VBA*, puis cliquez sur *OK*.

Le bouton d'accès à l'utilitaire d'analyse apparaît maintenant dans le ruban, au niveau de l'onglet *Données (Analyse>Utilitaire d'analyse)*. Pour l'utiliser, il suffit de cliquer sur ce bouton, puis de choisir, dans la liste des 19 outils proposés sur l'écran d'accueil, celui que vous souhaitez mettre en œuvre. Vous remarquerez que de nombreuses fonctionnalités offertes dans cet utilitaire trouvent leur équivalent parmi les 100 fonctions présentées dans ce chapitre (test d'égalité des variances, etc.).

Du côté des ingénieurs

16

D'un intérêt réel pour quelques-uns, les fonctions d'ingénierie présenteront certainement un caractère plus anecdotique pour la majorité. En dehors de toute considération professionnelle, elles permettront à certains de se replonger avec délice (ou avec horreur) dans les souvenirs de lycée, et offriront peut-être le petit rafraîchissement indispensable pour mieux aider leur progéniture.

SOMMAIRE

- ▶ Nombre complexe
- ▶ Nombre binaire, octal, hexadécimal
- ▶ Fonctions de Bessel
- ▶ Fonctions d'erreur
- ▶ Fonction de conversion

MOTS-CLÉS

- ▶ Bessel
- ▶ Binaire
- ▶ Complexe
- ▶ Conjugué
- ▶ Conversion
- ▶ Décimal
- ▶ ERF
- ▶ Hexadécimal
- ▶ Imaginaire
- ▶ Kronecker
- ▶ Module
- ▶ Octal
- ▶ Réel

Les fonctions d'ingénierie proposées dans Excel 2010 couvrent des domaines très différents, mais, avec 41 spécimens, Excel ne prétend pas fournir la panoplie complète du parfait ingénieur. Il s'agit plutôt de proposer un petit échantillon des fonctions les plus couramment utilisées, et qui, sans l'aide d'un tableur, nécessiteraient des calculs fastidieux. 18 d'entre elles concernent les calculs sur les nombres complexes, 8 correspondent à des fonctions spéciales (fonctions de Bessel et fonctions ERF). Les autres facilitent les conversions délicates.

Nombre complexe

Depuis le XVII^e siècle, la question de la racine carrée des nombres négatifs tourmentait les mathématiciens. Habités à raisonner sur des nombres dont le carré était toujours positif, leurs convictions les plus profondes étaient ébranlées par des nombres capables de donner un résultat négatif lorsqu'ils étaient multipliés par eux-mêmes. Cependant, il était bien utile d'accepter d'écrire $i^2 = -1$ pour résoudre des équations algébriques telles que $x^2 + 1 = 0$.

CULTURE Une représentation astucieuse

Au début du XVIII^e siècle, deux mathématiciens amateurs furent les premiers à élaborer une représentation « acceptable » de ce mystérieux nombre i .

La longueur $+1$ est représentée par le segment OA , et la longueur -1 par le segment OA' . On envisage le passage de l'un à l'autre par une rotation d'un demi-tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On décide, arbitrairement, de noter cette transformation $= (+1) \times (-1) = (-1)$, ce qui équivaut à traduire algébriquement l'opération de rotation d'un demi-tour par (-1) . Deux demi-tours successifs correspondent à un tour complet, ce qui peut se noter $= (-1) \times (-1) = (+1)$.

Si l'on appelle $(+i)$ l'opérateur correspondant à un quart de tour, deux quarts de tour successifs étant équivalents à un demi-tour, on a $(+i) \times (+i) = (-1)$, que l'on peut écrire $i^2 = (-1)$. Le nombre i représente donc une rotation d'un quart de tour, c'est-à-dire le point B sur l'axe Oy .

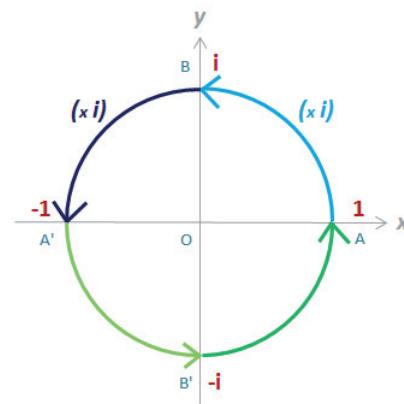


Figure 16-1

Représentation du nombre i comme opérateur de rotation.

PARAMÈTRE Expression de la partie imaginaire d'un nombre complexe

Parfois, on utilise j à la place de i .

Notation d'un nombre complexe

Un nombre complexe (a, b) est noté, par convention, $z = a + bi$ (z est un vecteur et ne représente pas un nombre réel). a s'appelle la partie réelle du nombre complexe, bi la partie imaginaire. Un nombre complexe dans lequel $a = 0$ se réduit à $z = bi$ et est appelé « nombre imaginaire pur ». Un nombre complexe dans lequel $b = 0$ se réduit à sa partie réelle (c'est un nombre réel). Les règles de calcul appliquées dans le corps des complexes sont celles du calcul algébrique ordinaire, avec la convention $i^2 = -1$.

Excel propose trois fonctions relatives à la notation d'un nombre complexe.

	B	D	E	F	G	I	K
2	Fonction	Arguments				Syntaxe	Résultat
4		Partie réelle	Partie imaginaire	Suffixe	Nombre complexe		
6	COMPLEXE	3	2	j	=COMPLEXE(D6;E6;F6)		3+2j
8	COMPLEXE.IMAGINAIRE				3+2i	=COMPLEXE.IMAGINAIRE(G8)	2
10	COMPLEXE.REEL				3+2i	=COMPLEXE.REEL(G10)	3

Figure 16–2
Mise en œuvre des fonctions COMPLEXE, COMPLEXE.IMAGINAIRE et COMPLEXE.REEL.

Tableau 16–1 Fonctions relatives à la notation d'un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE	Cette fonction renvoie un nombre complexe. Elle utilise trois arguments. Le premier représente la partie réelle du nombre complexe, le second sa partie imaginaire, et le troisième indique s'il faut utiliser <i>i</i> ou <i>j</i> pour caractériser la partie imaginaire. Si l'on ne précise rien pour le troisième argument, c'est <i>i</i> qui est utilisé par défaut.
COMPLEXE.IMAGINAIRE	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie la partie imaginaire.
COMPLEXE.REEL	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie la partie réelle.

COMPRENDRE Représentation géométrique d'un nombre complexe

La méthode de Gauss consiste à considérer deux axes perpendiculaires, *Ox* et *Oy*, auxquels on rapporte les différents points du plan. Un point *A* de coordonnées réelles *a* et *b* est l'image d'un être mathématique appelé nombre complexe : $z = a + bi$, ou affixe de *A*. Tout point de l'axe des *x* correspond à un nombre réel $z = a$; tout point de l'axe *Oy* à un nombre imaginaire pur $z = bi$.

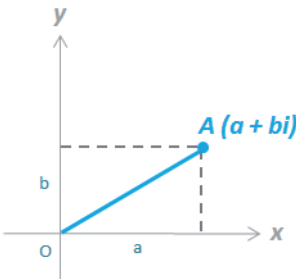


Figure 16–3 Représentation géométrique d'un nombre complexe.

Opérations simples sur les nombres complexes

Les nombres complexes peuvent être additionnés, soustraits, multipliés. Il faut juste respecter quelques conventions.

RAPPEL Corps des nombres complexes

Les règles de calcul sont celles du calcul algébrique ordinaire. Pour les opérations de base, on a les relations illustrées figure 16-4. Les calculs sont facilités par :

- la relation particulière qu'entretient un nombre complexe avec son conjugué ;
- la représentation trigonométrique des nombres complexes.

Figure 16–4
Règles de calcul avec les nombres complexes.

Égalité	$z = z'$	$a = a' ; b = b'$
Addition	$z + z'$	$(a + a') + (b + b')i = A + Bi$
Multiplication	zz'	$(aa' - bb') + (ab' + ba')i = A + Bi$
Division	$z : z' = zz'^{-1}$	$\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} + \frac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2} i$
Module de <i>z</i> (valeur absolue)	$ z $	$\sqrt{a^2 + b^2}$

RAPPEL **Module d'un nombre complexe**

Nous venons de voir que le produit d'un nombre complexe et de son conjugué était le nombre réel ou nul $a^2 + b^2$. On appelle module de z , noté $|z|$, la racine carrée de ce produit.

Complexes conjugués

Si $z = a + bi$ et $z' = a - bi$, z et z' sont dits conjugués. Dans ce cas, on a $z + z' = 2a$ et $zz' = a^2 + b^2$. Cette relation particulière permet de simplifier bon nombre de calculs sur les complexes, et en particulier, la division d'un nombre complexe par un autre.

Tableau 16-2 Module et conjugué d'un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE.CONJUGUE	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le conjugué.
COMPLEXE.MODULE	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le module.

	B	D	F	H
2	Fonction	Arguments	Syntaxe	Résultat
4		Nombre complexe		
6	COMPLEXE.CONJUGUE	3+2i	=COMPLEXE.CONJUGUE(D6)	3-2i
8	COMPLEXE.MODULE	3+2i	=COMPLEXE.MODULE(D8)	3,605551275

Figure 16-5

Les deux fonctions COMPLEXE.CONJUGUE et COMPLEXE.MODULE utilisent la notion de conjugué d'un nombre complexe.

Représentation trigonométrique des nombres complexes

On fait correspondre à tout point M de coordonnées a et b , un nombre complexe $z = a + bi$.

COMPRENDRE **Représentation trigonométrique des nombres complexes**

On appelle ρ la grandeur géométrique du vecteur OM et θ l'angle de l'axe Ox avec le vecteur OM . Grâce aux relations élémentaires de trigonométrie et aux propriétés du triangle rectangle, on peut écrire un certain nombre de relations entre les deux composantes du nombre complexe et le sinus et le cosinus de l'angle θ .

$$a = \rho \cos \theta$$
$$b = \rho \sin \theta$$
$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$
$$\sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Figure 16-7 Relations entre les composantes d'un nombre complexe et les caractéristiques de l'angle qui lui correspond.

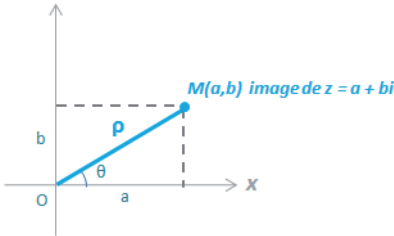


Figure 16-6 Représentation trigonométrique d'un nombre complexe.

ρ s'appelle le module de z et θ est l'argument du nombre complexe z . Ainsi, le nombre $z = a + bi$ peut s'écrire sous la forme trigonométrique : $z = \rho \cos \theta + i \rho \sin \theta = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$.

	B	D	F	H
2	Fonction	Arguments	Syntaxe	Résultat
4		Nombre complexe		
6	COMPLEXE.ARGUMENT	3+2i	=COMPLEXE.ARGUMENT(D6)	0,588002604

Figure 16-8

L'argument d'un complexe ($\arg z$) est l'angle qui correspond à sa représentation trigonométrique.

Tableau 16–3 Argument d’un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE.ARGUMENT	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, et renvoie, en radians, la mesure de l’angle correspondant à sa représentation trigonométrique.

Calculs de base

En appliquant les règles de calcul énoncées dans la figure 16-4, on peut additionner, multiplier et même diviser des nombres complexes. Les fonctions COMPLEXE.SOMME et COMPLEXE.PRODUIT acceptent un nombre variable d’arguments. Chaque argument pouvant être une plage, elles permettent de travailler avec un très grand nombre de complexes. En revanche, les fonctions COMPLEXE.DIFFERENCE et COMPLEXE.DIV ne peuvent faire un calcul que sur deux complexes à la fois.

	B	D	E	G	I
2	Fonction	Arguments		Syntaxe	Résultat
4		Nombre complexe 1	Nombre complexe 2		
6	COMPLEXE.SOMME	3+2i	5+i	=COMPLEXE.SOMME(D6:E6)	8+3i
8	COMPLEXE.DIFFERENCE	3+2i	5+i	=COMPLEXE.DIFFERENCE(D8;E8)	-2+i
10	COMPLEXE.PRODUIT	3+2i	5+i	=COMPLEXE.PRODUIT(D10:E10)	13+13i
12	COMPLEXE.DIV	3+2i	5+i	=COMPLEXE.DIV(D12;E12)	0,653846153846154+0,269230769230769i

Figure 16–9
Les quatre opérations de base appliquées aux nombres complexes.

Tableau 16–4 Calculs de base sur les complexes

Fonction	Description
COMPLEXE.SOMME	Cette fonction renvoie la somme des nombres complexes contenus dans ses arguments.
COMPLEXE.DIFFERENCE	Cette fonction utilise deux arguments, deux nombres complexes. Elle retranche le deuxième du premier, et renvoie le résultat de cette soustraction.
COMPLEXE.PRODUIT	Cette fonction renvoie le produit des nombres complexes contenus dans ses arguments.
COMPLEXE.DIV	Cette fonction utilise deux arguments, deux nombres complexes. Elle divise le premier par le deuxième, et renvoie le quotient qui résulte de cette opération.

Puissance et racine

Toujours en appliquant les règles de calcul énoncées plus haut, on peut calculer la puissance énième ou la racine carrée d’un nombre complexe. Les formules qui sous-tendent ce calcul sont indiquées dans la figure 16-10.

Tableau 16–5 Puissance et racine d’un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE.PUISSANCE	Cette fonction utilise deux arguments. Le deuxième, un nombre décimal, sert à élever le premier, un nombre complexe, à une certaine puissance.
COMPLEXE.RACINE	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie la racine carrée.

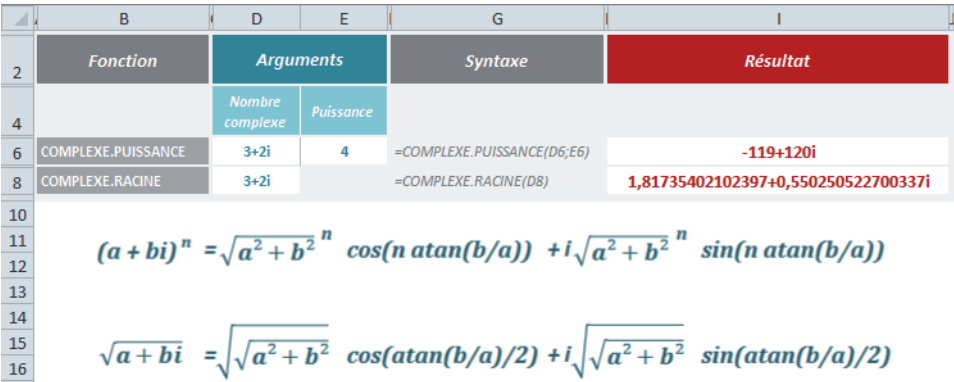


Figure 16–10
Élever un nombre complexe
à la puissance n et calculer
sa racine carrée.

Sinus et cosinus d’un nombre complexe

Le corps des complexes permet également de définir un sinus et un cosinus. Les formules de calcul sont fournies à la figure 16-11.

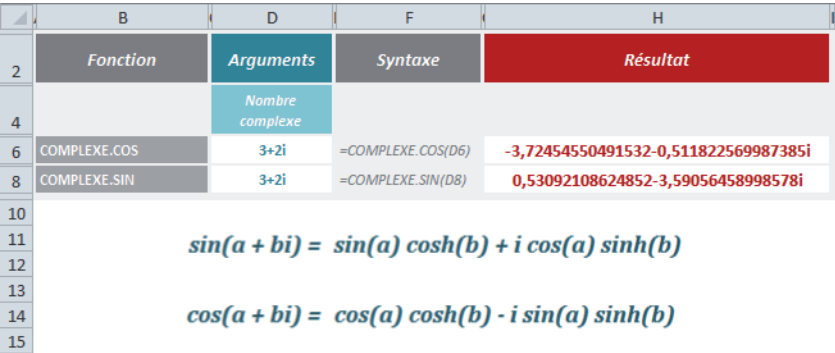


Figure 16–11
Sinus et cosinus d’un nombre complexe.

Tableau 16–6 Sinus et cosinus d’un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE.COS	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le cosinus.
COMPLEXE.SIN	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le sinus.

Exponentielle et logarithme d’un nombre complexe

On peut calculer l’exponentielle d’un nombre complexe ainsi que son logarithme. Les formules de calcul sont fournies à la figure 16-12.

Tableau 16–7 Exponentielle et logarithme d’un nombre complexe

Fonction	Description
COMPLEXE.EXP	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie l’exponentielle.
COMPLEXE.LN	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le logarithme népérien.

Tableau 16-7 Exponentielle et logarithme d'un nombre complexe (suite)

Fonction	Description
COMPLEXE.LOG10	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le logarithme de base 10.
COMPLEXE.LOG2	Cette fonction utilise un argument, un nombre complexe, dont elle renvoie le logarithme de base 2

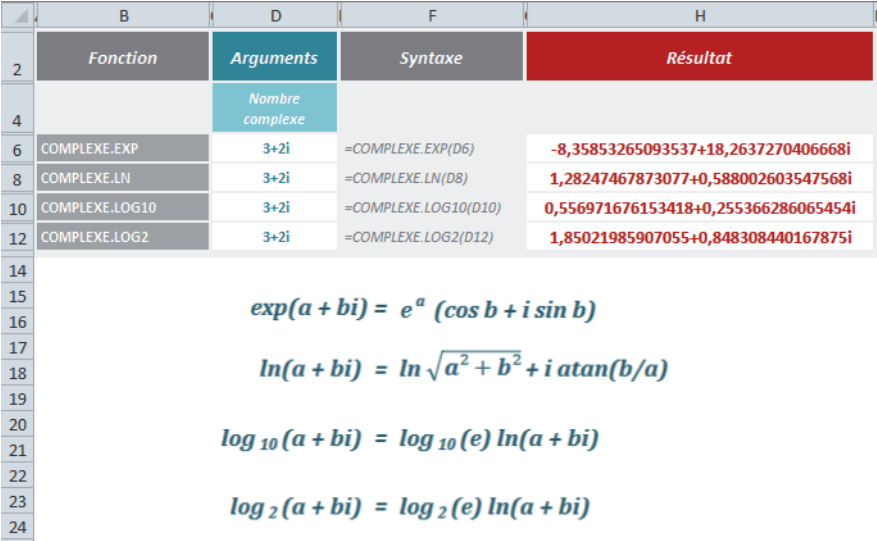


Figure 16-12
Logarithme et exponentielle
d'un nombre complexe.

Nombre binaire, octal, décimal, hexadécimal

On nomme couramment bit (de l'anglais *binary digit*) les chiffres de la numération binaire. Ceux-ci ne peuvent prendre que deux valeurs, notées par convention 0 et 1. Dans le système binaire, 2 s'écrit 10, 3 s'écrit 11, 4 s'écrit 100, et ainsi de suite. Les nombres ainsi construits sont très simples... mais inévitablement très longs ! Les microprocesseurs des ordinateurs ne comprennent que le langage binaire (soit le courant électrique passe, soit il ne passe pas), mais l'esprit humain appréhende plus facilement des nombres plus courts. C'est pourquoi, pour des raisons pratiques, les bases octale et hexadécimale, toutes deux multiples de la base deux, sont couramment employées en informatique.

Excel fournit une douzaine de fonctions qui convertissent automatiquement les nombres d'une base à l'autre.

DÉTAIL Afficher les zéros non significatifs

Toutes les fonctions prennent au moins un argument (le nombre à convertir), mais celles qui convertissent vers le binaire, l'octal ou l'hexadécimal en acceptent un deuxième. Ce dernier permet de préciser la taille finale du nombre souhaité, ce qui déclenche, devant le nombre, l'affichage des zéros non significatifs nécessaires pour parvenir au résultat désiré.

	A	B	C	D	E
		X	Nb. car.	Syntaxe	Résultat
2					
4		10	6	=BINOCT(B4;C4)	000002
5		100 000	10	=BINOCT(B5;C5)	0000000040
6		10	6	=BINHEX(B6;C6)	000002
7		111 111	10	=BINHEX(B7;C7)	000000003F
8		10	6	=DECOCT(B8;C8)	000012
9		100 000	10	=DECOCT(B9;C9)	0000303240
10		10	6	=DECHEX(B10;C10)	00000A
11		111 111	10	=DECHEX(B11;C11)	000001B207
12		0012	6	=OCTHEX(B12;C12)	00000A
13		0000303240	10	=OCTHEX(B13;C13)	00000186A0
14		000A	6	=HEXOCT(B14;C14)	000012
15		000001B207	10	=HEXOCT(B15;C15)	0000331007
16		12	6	=OCTBIN(B16;C16)	001010
17		777	10	=OCTBIN(B17;C17)	0111111111
18		A	6	=HEXBIN(B18;C18)	001010
19		1FF	10	=HEXBIN(B19;C19)	0111111111
20		10	6	=DECBIN(B20;C20)	001010
21		511	10	=DECBIN(B21;C21)	0111111111

Figure 16–13
Fonctions de conversion
vers le binaire, l'octal ou
l'hexadécimal avec un
deuxième argument non nul.

Système binaire et système décimal

CLIN D'ŒIL Le système décimal

Le système décimal est un système de numération utilisant la base dix, très ancienne. Elle découle d'un choix naturel, dicté par le nombre des doigts des deux mains

Excel fournit trois fonctions de conversion à partir du système binaire, et trois autres à partir du système décimal.

TECHNIQUE Les nombres négatifs

Les nombres binaires sont exprimés sur 10 bits. Excel utilise le bit de poids fort pour indiquer le signe (il le fait passer à 1 lorsque le nombre est négatif). Ensuite, il exprime le nombre négatif sur les neuf autres bits de manière à ce que la somme du positif et du négatif donne bien 1 000 000 000.

0	0 0 0	0 1 1	0 0 1	25	11 001
1	1 1 1	1 0 0	1 1 1	-25	1 111 100 111
	1 0 0 0	0 0 0	0 0 0		

Figure 16–14 Illustration de l'expression d'un nombre négatif en système binaire. Lorsqu'on additionne 25 (000 011 001) et -25 ((1) 111 100 111), on obtient bien 1 000 000 000.

Le raisonnement dans les bases 8 et 16 est exactement le même, sauf que le bit de poids fort se trouve sur la trentième ou la quarantième position.

Tableau 16–8 Convertir depuis le système binaire ou décimal

Fonction	Description
BINDEC	Convertit un nombre binaire en nombre décimal.
BINOCT	Convertit un nombre binaire en nombre octal (30 bits).
BINHEX	Convertit un nombre binaire en nombre hexadécimal (40 bits).

Tableau 16–8 Convertir depuis le système binaire ou décimal (suite)

Fonction	Description
DECBIN	Convertit un nombre décimal en nombre binaire (10 bits).
DECOCT	Convertit un nombre décimal en nombre octal (30 bits).
DECHEX	Convertit un nombre décimal en nombre hexadécimal (40 bits).

X	=BINOCT(X)	=BINHEX(X)	=BINDEC(X)	X	=DECOCT(X)	=DECHEX(X)	=DECBIN(X)
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
10	2	2	2	2	2	2	10
11	3	3	3	3	3	3	11
100	4	4	4	10	12	A	1010
101	5	5	5	50	62	32	110010
1 000	10	8	8	100	144	64	1100100
10 000	20	10	16	500	764	1F4	111110100
100 000	40	20	32	511	777	1FF	111111111
1 000 000	100	40	64	-512	777777000	FFFFFFE00	1000000000
10 000 000	200	80	128	-511	7777777001	FFFFFFE01	1000000001
100 000 000	400	100	256	-500	7777777014	FFFFFFE0C	1000001100
111 111 111	777	1FF	511	-100	7777777634	FFFFFFF9C	1110011100
1 000 000 000	7777777000	FFFFFFE00	-512	-50	7777777716	FFFFFFFCE	1111001110
1 000 000 001	7777777001	FFFFFFE01	-511	-10	7777777766	FFFFFFF66	1111110110
1 000 000 010	7777777002	FFFFFFE02	-510	-3	7777777775	FFFFFFF6D	1111111101
1 111 100 000	7777777740	FFFFFFFE0	-32	-2	7777777776	FFFFFFF6E	1111111110
1 111 111 110	7777777776	FFFFFFFEE	-2	-1	7777777777	FFFFFFF6F	1111111111

Figure 16–15 Conversion des nombres binaires et des nombres décimaux.

ASTUCE Passer de l’une à l’autre

Pour trouver facilement l’expression d’un nombre octal ou hexadécimal, il suffit de regrouper les chiffres du nombre exprimé en base 2 : pour la base octale (2^3), on fait des paquets de trois à partir de la droite, et pour la base hexadécimale (2^4), on fait des paquets de quatre.

CLIN D’ŒIL Le système octal

Le décompte octal pourrait avoir été utilisé dans le passé à la place du décompte décimal, en comptant soit les trous entre les doigts, soit les doigts sans le pouce.

Système octal et système hexadécimal

Le système hexadécimal est un système de numération « positionnel » en base 16. Il utilise 16 symboles, en général les chiffres arabes pour les dix premiers chiffres et les lettres A à F pour les six suivants. Le système octal est quelquefois utilisé en calcul à la place de l’hexadécimal. Il possède le double avantage de ne pas requérir de symbole supplémentaire pour ses chiffres et d’être une puissance de deux pour pouvoir regrouper les chiffres du nombre binaire. Excel fournit trois fonctions de conversion à partir du système octal, et trois autres à partir du système hexadécimal.

Tableau 16–9 Convertir depuis le système octal ou hexadécimal

Fonction	Description
OCTDEC	Convertit un nombre octal en nombre décimal.
OCTBIN	Convertit un nombre octal en nombre binaire (10 bits).
OCTHEX	Convertit un nombre octal en nombre hexadécimal (40 bits).
HEXBIN	Convertit un nombre hexadécimal en nombre binaire (10 bits).
HEXOCT	Convertit un nombre hexadécimal en nombre octal (30 bits).
HEXDEC	Convertit un nombre hexadécimal en nombre décimal.

Figure 16-16
Conversion d'un nombre octal et
d'un nombre hexadécimal.

X	=OCTDEC(x)	=OCTHEX(x)	=OCTBIN(x)	X	=HEXDEC(x)	=HEXOCT(x)	=HEXBIN(x)
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	10	2	2	2	10
3	3	3	11	3	3	3	11
4	4	4	100	4	4	4	100
5	5	5	101	5	5	5	101
10	8	8	1000	8	8	10	1000
20	16	10	10000	10	16	20	10000
40	32	20	100000	20	32	40	100000
100	64	40	1000000	40	64	100	1000000
200	128	80	10000000	80	128	200	10000000
400	256	100	100000000	100	256	400	100000000
777	511	1FF	111111111	1FF	511	777	111111111
7777777000	-512	FFFFFFFFE00	1000000000	FFFFFFFFE00	-512	7777777000	1000000000
7777777001	-511	FFFFFFFFE01	1000000001	FFFFFFFFE01	-511	7777777001	1000000001
7777777002	-510	FFFFFFFFE02	10000000010	FFFFFFFFE02	-510	7777777002	10000000010
7777777740	-32	FFFFFFFFFE0	1111100000	FFFFFFFFFE0	-32	7777777740	1111100000
7777777776	-2	FFFFFFFFFFE	1111111110	FFFFFFFFFFE	-2	7777777776	1111111110

Fonctions de Bessel

Les fonctions de Bessel sont utilisées pour étudier de nombreux phénomènes physiques comme la propagation d'une onde électromagnétique dans un conducteur filaire, la vibration d'une membrane circulaire, la propagation de la chaleur et encore bien d'autres manifestations en mécanique quantique et en physique nucléaire.

COMPRENDRE Histoire et fondements mathématiques

Tous ces phénomènes physiques peuvent être décrits par une équation différentielle de second ordre de la forme indiquée figure 16-17.
C'est en étudiant les oscillations du fil pesant que Daniel Bernoulli (1700 - 1782) établit une première forme de cette équation. Cependant, il a fallu attendre Friedrich Wilhelm Bessel (1789 - 1846) pour que ses solutions soient étudiées de façon approfondie. Ces dernières prendront le nom de fonctions de Bessel.
La résolution d'une telle équation différentielle nécessite une bonne dose d'inspiration, l'emploi de plusieurs outils mathématiques de bon niveau et beaucoup d'opiniâtreté. Aussi, nous nous bornerons à rappeler brièvement les résultats (nous laisserons pudiquement de côté les démonstrations).

$$x^2 f''(x) + x f'(x) + (x^2 - n^2) f(x) = 0$$

n entier relatif

Figure 16-17 Équation différentielle de second ordre permettant de décrire les phénomènes physiques énumérés au début de cette section.

Deux familles de fonctions

Il existe deux familles de fonctions, solutions de l'équation différentielle présentée figure 16-17.

Fonctions de Bessel, dites de première espèce

Notées $J_n(x)$, d'ordre n , elles sont définies en $x = 0$. Leur équation est donnée figure 16-18.

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2^n} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k!(n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}$$

Figure 16-18 Équation des fonctions de Bessel dites de première espèce.

RÉCRÉATION Pour les curieux

Le lecteur courageux amateur de casse-tête peut remarquer que l'équation donnée figure 16-19 est une solution particulière de l'équation de Bessel d'ordre 0 présentée figure 16-20.

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \theta) d\theta$$

Figure 16-19 Solution de l'équation de Bessel d'ordre 0.

$$x^2 f''(x) + x f'(x) + x^2 f(x) = 0$$

Figure 16-20 Équation de Bessel d'ordre 0.

En utilisant une intégration par parties, et en s'appuyant sur le développement en série entière de la fonction cosinus, il pourra montrer que $J_0(x)$ correspond à l'équation présentée figure 16-21.

$$J_0(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (n!)^2} x^{2n}$$

Figure 16-21 Équation de $J_0(x)$.

À cette étape, le lecteur ne sera que sur la première marche de la montagne à gravir. La fonction $J_n(x)$ est une solution générale de l'équation présentée figure 16-17, avec toutefois une particularité : n est un entier relatif.

En élargissant l'étude à l'équation de la figure 16-22 où cette fois v est un réel quelconque, on obtient l'expression générale de la fonction de Bessel de première espèce $J_v(x)$ présentée figure 16-23.

$$x^2 f''(x) + x f'(x) + (x^2 - v^2) f(x) = 0$$

Figure 16-22 Équation équivalente à celle de la figure 16-17, pour v réel quelconque.

$$J_v(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^v \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(v+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

Figure 16-23 Expression générale de la fonction de Bessel de première espèce, où Γ désigne la fonction gamma d'Euler.

Fonctions de Bessel, dites de deuxième espèce

On peut remarquer que les fonctions J_ν et $J_{-\nu}$ ne sont pas proportionnelles (par exemple, leur comportement diffère au voisinage de 0). Le couple $(J_\nu, J_{-\nu})$ constitue donc une base de l'espace des solutions de l'équation de Bessel. Les fonctions de Bessel dites de deuxième espèce et notées $Y_\nu(x)$, d'index ν , ne sont pas définies en $x = 0$. Leur équation est présentée figure 16-24.

Figure 16-24
Équation des fonctions
de Bessel dites de deuxième espèce.

$$Y_\nu(x) = \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)}$$

Lorsque ν est entier ($\nu = n$), on définit la fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre n par la fonction $Y_n(x)$ présentée figure 16-25.

Figure 16-25
Équation des fonctions de Bessel dites de
deuxième espèce quand ν est entier.

$$Y_n(x) = \lim_{\nu \rightarrow n} Y_\nu(x) = \lim_{\nu \rightarrow n} \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)}$$

Extension des fonctions de Bessel dans le plan complexe

De même qu'il a été procédé à l'extension de l'équation initiale avec l'entier n vers un réel ν quelconque, il est possible d'imaginer l'extension de l'index ν à un nombre complexe. Cet artifice permet de résoudre l'équation de Bessel dite « modifiée » (figure 16-26).

Figure 16-26
Équation des fonctions
de Bessel dites modifiées.

$$x^2 y'' + x y' - (x^2 + \nu^2) y = 0$$

En posant $t = ix$ et avec le changement de fonction $y(x) = z(ix)$, l'équation présentée figure 16-26 se réduit à l'équation classique (figure 16-27).

Figure 16-27
Autre forme de l'équation
des fonctions de Bessel dites modifiées.

$$t^2 z''(t) + tz'(t) + (t^2 - \nu^2)z(t) = 0$$

Les solutions de cette équation sont les fonctions de Bessel dites modifiées (appelées aussi « à argument imaginaire ») de la forme présentée figure 16-28.

Figure 16-28
Équation des fonctions
de Bessel à argument imaginaire.

$$I_\nu(x) = e^{-\frac{i\pi\nu}{2}} J_\nu(ix)$$

Ces fonctions se décomposent en série entière sous la forme présentée figure 16-29.

$$I_{\nu}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu} \sum_{k=0}^{k=+\infty} \frac{1}{k! \Gamma(\nu + k + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}$$

Figure 16–29
Décomposition en série entière des fonctions de Bessel à argument imaginaire.

Fonctions de Bessel proposées par Excel

Excel propose une implémentation des quatre grandes familles des fonctions de Bessel que nous venons d’aborder :

- fonctions de Bessel dites de première espèce : *BESSELJ* ;
- fonctions de Bessel dites de deuxième espèce : *BESSELY* ;
- fonctions de Bessel dites modifiées : *BESSELI* et *BESSELK*.

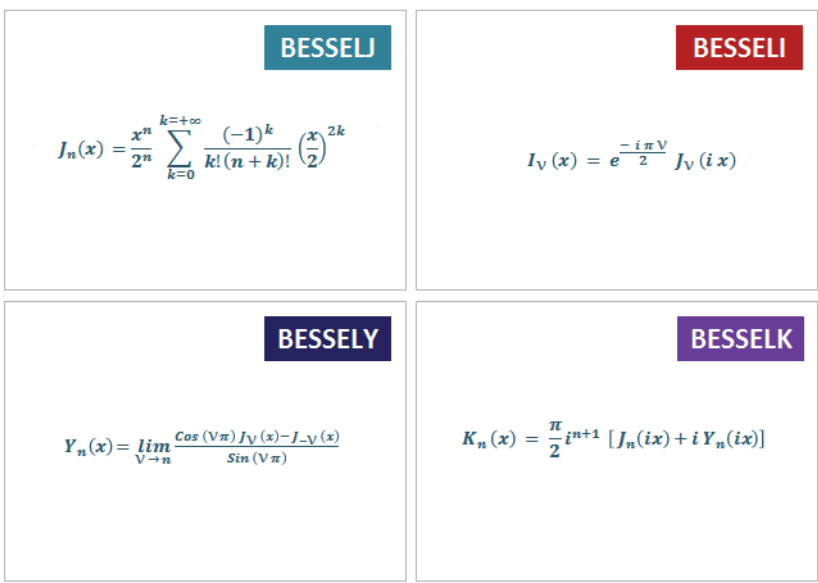


Figure 16–30
Équation des quatre fonctions de Bessel proposées par Excel.

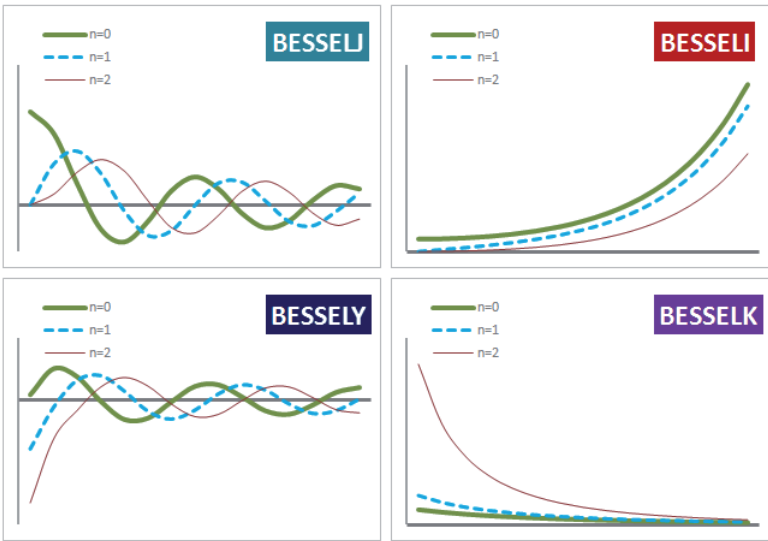
Tableau 16–10 Fonctions de Bessel

Fonction	Description
BESSELJ	Renvoie la fonction de Bessel $J_n(x)$ (voir la figure 16-30).
BESSELY	Renvoie la fonction de Bessel $Y_n(x)$, également appelée fonction de Weber ou fonction de Neumann (voir la figure 16-30).
BESSELI	Renvoie la fonction de Bessel modifiée $I_n(x)$ qui correspond à une extension de la fonction de Bessel pour des arguments imaginaires (voir la figure 16-30).
BESSELK	Renvoie la fonction de Bessel modifiée $K_n(x)$ qui correspond à une extension des fonctions de Bessel J_n et Y_n pour des arguments imaginaires (voir la figure 16-30).

Figure 16-31
Quelques valeurs de x pour n = 0, 1 ou 2.

=BESSELJ(x;n)				=BESSELY(x;n)				=BESSEL(x;n)				=BESSELK(x;n)			
X	n=0	n=1	n=2	X	n=0	n=1	n=2	X	n=0	n=1	n=2	X	n=0	n=1	n=2
0	1,00	0,00	0,00	1	0,09	-0,78	-1,65	0,0	1,00	0,00	0,00	0,4	1,11	2,18	12,04
1	0,77	0,44	0,11	2	0,51	-0,11	-0,62	0,3	1,02	0,15	0,01	0,5	0,92	1,66	7,55
2	0,22	0,58	0,35	3	0,38	0,32	-0,16	0,6	1,09	0,31	0,05	0,6	0,78	1,30	5,12
3	-0,26	0,34	0,49	4	-0,02	0,40	0,22	0,9	1,21	0,50	0,11	0,7	0,66	1,05	3,66
4	-0,40	-0,07	0,36	5	-0,31	0,15	0,37	1,2	1,39	0,71	0,20	0,8	0,57	0,86	2,72
5	-0,18	-0,33	0,05	6	-0,29	-0,18	0,23	1,5	1,65	0,98	0,34	0,9	0,49	0,72	2,08
6	0,15	-0,28	-0,24	7	-0,03	-0,30	-0,06	1,8	1,99	1,32	0,53	1,0	0,42	0,60	1,62
7	0,30	0,00	-0,30	8	0,22	-0,16	-0,26	2,1	2,45	1,75	0,78	1,1	0,37	0,51	1,29
8	0,17	0,23	-0,11	9	0,25	0,10	-0,23	2,4	3,05	2,30	1,13	1,2	0,32	0,43	1,04
9	-0,09	0,25	0,14	10	0,06	0,25	-0,01	2,7	3,84	3,02	1,61	1,3	0,28	0,37	0,85
10	-0,25	0,04	0,25	11	-0,17	0,16	0,20	3,0	4,88	3,95	2,25	1,4	0,24	0,32	0,70
11	-0,17	-0,18	0,14	12	-0,23	-0,06	0,22	3,3	6,24	5,18	3,10	1,5	0,21	0,28	0,58
12	0,05	-0,22	-0,08	13	-0,08	-0,21	0,05	3,6	8,03	6,79	4,25	1,6	0,19	0,24	0,49
13	0,21	-0,07	-0,22	14	0,13	-0,17	-0,15	3,9	10,37	8,91	5,80	1,7	0,17	0,21	0,41
14	0,17	0,13	-0,15	15	0,21	0,02	-0,20	4,2	13,44	11,71	7,87	1,8	0,15	0,18	0,35

Figure 16-32
Représentation graphique des quatre fonctions de Bessel proposées par Excel, avec les valeurs calculées figure 16-31.



Rappel Densité de probabilité

Cette notion a été largement abordée dans le cadre du chapitre 15. Rappelons simplement que $P(X = x_0)$ donne la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur x_0 . Rappelons également que la somme des probabilités de tous les événements possibles est toujours égale à 1. Dans le cas spécifique d'une loi normale gaussienne centrée réduite, cela se traduit par la relation présentée ci-dessous.

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(\frac{-t^2}{2}\right)} dt = 1$$

Figure 16-33 La somme des probabilités de tous les événements possibles est toujours égale à 1.

Fonctions d'erreur

Les fonctions d'erreur sont particulièrement utilisées pour calculer des probabilités d'erreur, notamment dans le domaine des communications. Pour comprendre leur genèse, il faut commencer par s'intéresser aux variables aléatoires « gaussiennes » qui ont la particularité de posséder une distribution de probabilité (voir le chapitre 15) décrivant de façon précise de nombreux phénomènes aléatoires réels (traitement du signal, prévision des crues, etc.). Les gaussiennes sont régies par la loi dite « normale » (voir le chapitre 15) et admettent pour densité de probabilité la fonction dont l'expression générale est donnée figure 15-48. Par la

suite, nous travaillerons sur les lois normales centrées réduites qui sont des lois normales d'espérance nulle ($m = 0$) et d'écart-type égal à 1 ($\sigma = 1$) (voir la figure 15-50).

ERF

L'expression « fonction d'erreur » véhicule, par certains côtés, un message... susceptible d'induire en erreur ! En effet, l'idée qu'elle suggère à première vue (la quantification d'une probabilité d'erreur) est à peu près opposée à ce qu'elle détermine réellement. La fonction d'erreur, notée communément $\text{ERF}(x)$, représente la probabilité qu'une variable aléatoire X prenne ses valeurs dans l'intervalle $[-x, +x]$. En d'autres termes, dans le cas d'une loi normale centrée réduite, et en adoptant une phraséologie volontairement simpliste mais pédagogique, la fonction d'erreur calcule la probabilité que les événements les plus probables se réalisent.

La fonction d'erreur n'est autre que la somme des probabilités $P(t)$ de tous les événements t , situés dans l'intervalle $[-x, +x]$. La loi de probabilité étant continue, cette somme s'exprime selon la formule présentée figure 16-34.

La fonction d'erreur $\text{ERF}(x)$ quantifie tout simplement l'aire située sous la courbe dessinée par la loi de probabilité, et délimitée par les valeurs $-x$ et $+x$.

$$\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \int_{-x}^x e^{\left(\frac{-t^2}{2}\right)} dt$$

Figure 16-34
Définition de la fonction ERF.

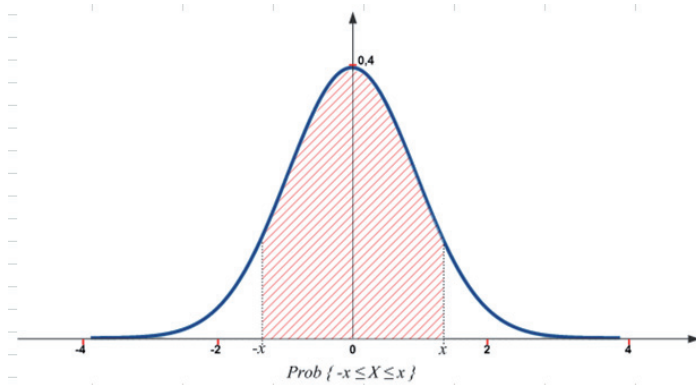


Figure 16-35
Aire correspondant à $\text{ERF}(x)$.

COMPRENDRE Obtenir la formule générale de ERF

En tenant compte de la parité de la loi de probabilité, et en procédant au changement de variable $z = t / 2$, on obtient la formule canonique de la fonction d'erreur. En dépit de l'arsenal mathématique dont jouissent les théoriciens des probabilités, il n'existe pas de primitive permettant de calculer exactement cette intégrale. En revanche, une valeur approchée de la fonction d'erreur peut être établie avec un haut degré de précision, en effectuant dans un premier temps une décomposition en série entière de la fonction e^{-z^2} et en procédant ensuite à une intégration de chaque terme. En passant rapidement sur ces calculs douloureux, nous arrivons à la formule générale utilisée pour calculer la fonction d'erreur (figure 16-37).

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{(\pi)}} \int_0^x e^{(-z^2)} dz$$

Figure 16-36 Formule canonique de la fonction d'erreur.

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{(\pi)}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} x^{2n+1}$$

Figure 16-37 Formule générale utilisée pour calculer la fonction d'erreur.

Fonction d'erreur complémentaire

De façon indirecte, la fonction d'erreur complémentaire, notée $\text{ERFC}(x)$, sert à déterminer la probabilité qu'une variable normale centrée réduite x dépasse la valeur x . La partie hachurée de la fonction ERFC représentée figure 16-38 est complémentaire de celle correspondant à la fonction d'erreur (figure 16-35).

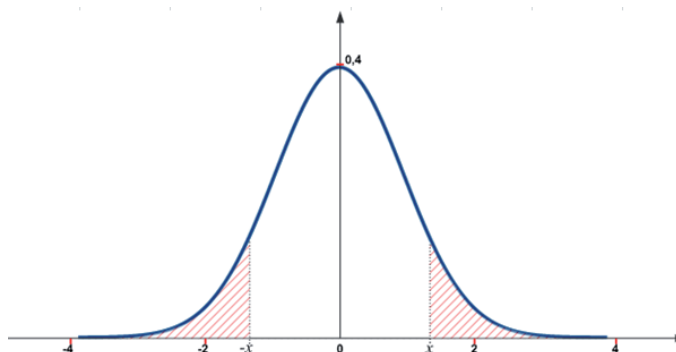


Figure 16-38
Aire correspondant à la fonction $\text{ERFC}(x)$.

COMPRENDRE Obtenir la formule générale de ERFC

En tenant compte de la parité de la loi de probabilité, et en procédant au même changement de variable que précédemment, la fonction d'erreur complémentaire est déterminée à l'aide de l'expression présentée figure 16-39.

En se rappelant que la somme des probabilités de tous les événements est égale à 1, on remarque que la fonction d'erreur complémentaire est liée à la fonction d'erreur par la relation présentée figure 16-40.

Mais nous ne sommes pas encore au bout de nos peines, car l'information vraiment exploitable que l'on recherche est la probabilité de dépassement (en d'autres termes, on s'intéresse à la partie droite de la « queue de gaussienne »). Cette probabilité est déterminée par la fonction de Marcum, qui s'exprime à travers la formule présentée figure 16-41.

Sans calculer cette intégrale, et en effectuant le changement de variable approprié, on vérifie aisément que les fonctions de Marcum et d'erreur complémentaire sont liées l'une à l'autre à travers la relation présentée figure 16-42. Ces fonctions sont particulièrement utilisées pour calculer des probabilités d'erreur, notamment dans le domaine des communications.

Pour conclure ce rapide tour d'horizon, vous remarquerez qu'en raison des relations existant entre les fonctions d'erreur, d'erreur complémentaire et de Marcum, la fonction d'erreur fournit bel et bien une indication permettant, in fine, de calculer une probabilité d'erreur.

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-z^2} dz$$

Figure 16-39 Formule canonique de la fonction d'erreur complémentaire.

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

Figure 16-40 Relation liant les fonctions ERF et ERFC .

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Figure 16-41 Fonction de Marcum.

$$\begin{aligned} \text{erfc}(x) &= 2Q(\sqrt{2}x) \\ Q(x) &= \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

Figure 16-42 Relations liant les fonctions ERFC et les fonctions de Marcum.

Fonctions d'erreur proposées par Excel

Excel propose quatre fonctions d'erreur : ERF , ERF.PRECIS , ERFC et ERFC.PRECIS .

	A	B	C	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
2		Y	x	ERF(y,x)	ERF(x)	ERF.PRECIS(x)	ERFC(x)	ERFC.PRECIS(x)	ERF + ERFC	=G3+J3						
3		-3	-3	0,0000	-1,0000	-1,0000	2,0000	2,0000	1,0000	=ERFC.PRECIS(C3)						
4		-3	-2	0,0047	-0,9953	-0,9953	1,9953	1,9953	1,0000	=ERFC(C3)						
5		-3	-1	0,1573	-0,8427	-0,8427	1,8427	1,8427	1,0000	=ERF.PRECIS(C3)						
6		-3	0	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	1,0000	=ERF(C3)						
7		-3	1	1,8427	0,8427	0,8427	0,1573	0,1573	1,0000	=ERF(B3;C3)						
8		-3	2	1,9953	0,9953	0,9953	0,0047	0,0047	1,0000							
9		-3	3	2,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000							

Figure 16–43
Mise en œuvre des fonctions ERF, ERF.PRECIS, ERFC et ERFC.PRECIS.

Tableau 16–11 Fonctions d’erreur

Fonction	Description
ERF	Cette fonction renvoie le résultat du calcul correspondant à l’équation présentée figure 16-34. Elle utilise deux arguments dont l’un est optionnel. Si vous ne précisez qu’un argument (x), ERF calcule l’intégrale entre -x et x. Si vous précisez deux arguments (y, x), ERF calcule l’intégrale entre y et x.
ERF.PRECIS	Cette fonction renvoie les mêmes résultats que la fonction ERF . . . ce qui jette un doute certain sur son utilité.
ERFC	Cette fonction renvoie le résultat du calcul correspondant à l’équation présentée figure 16-39. Son argument unique représente la limite inférieure pour le calcul de l’intégrale.
ERFC.PRECIS	Cette fonction renvoie les mêmes résultats que la fonction ERFC . . . ce qui jette également un doute certain sur son utilité.

Fonctions spéciales

Les trois dernières fonctions de la catégorie « Ingénieur » ne peuvent pas être associées à une famille particulière. On trouve DELTA et SUP.SEUIL qui facilitent la comparaison entre deux valeurs, et CONVERT qui convertit une valeur d’une unité dans une autre.

Comparer deux valeurs

Les fonctions DELTA et SUP.SEUIL servent à comparer deux nombres.

	B	C	E	G
2	Arguments		Syntaxe	Résultat
4	Nombre 1	Nombre 2		
6	-9	-9	=DELTA(B6;C6)	1
8	-9	4	=DELTA(B8;C8)	0
10	1,5	1,5	=DELTA(B10;C10)	1
12	2,5	1,5	=DELTA(B12;C12)	0
14	10	10	=DELTA(B14;C14)	1

Figure 16–44
Mise en œuvre de la fonction DELTA.

EN PRATIQUE À quoi sert la fonction DELTA ?

Si vous additionnez les résultats de plusieurs fonctions DELTA, vous obtenez le nombre de paires égales. Dans l'exemple présenté figure 16-44, la somme des valeurs de la plage G6:G14 renvoie 3, correspondant effectivement au nombre de paires égales. En mathématiques, le symbole de Kronecker (δ) est une fonction de deux variables qui est égale à 1 si celles-ci sont égales, et 0 sinon.

EN PRATIQUE

À quoi sert la fonction SUP.SEUIL ?

Si vous additionnez les résultats de plusieurs fonctions SUP.SEUIL, vous obtenez le nombre de valeurs supérieures à un seuil. Dans l'exemple présenté figure 16-45, la somme des valeurs de la plage G6:G14 renvoie 3, correspondant effectivement au nombre de valeurs supérieures à 5.

Tableau 16–12 Fonctions de comparaison

Fonction	Description
DELTA	Cette fonction utilise deux arguments, deux nombres. Elle teste leur égalité et renvoie 1 s'ils sont égaux. S'ils ne le sont pas, elle renvoie 0.
SUP.SEUIL	Cette fonction utilise deux arguments, deux nombres. Elle renvoie 1 si le premier argument (valeur testée) est supérieur ou égal au deuxième (seuil). Sinon, elle renvoie 0.

	B	C	E	G
2	Arguments		Syntaxe	Résultat
4	Nombre	Seuil		
6	-3	5	=SUP.SEUIL(B6;C6)	0
8	0	5	=SUP.SEUIL(B8;C8)	0
10	5	5	=SUP.SEUIL(B10;C10)	1
12	7	5	=SUP.SEUIL(B12;C12)	1
14	10	5	=SUP.SEUIL(B14;C14)	1

Figure 16–45
Mise en œuvre de la fonction SUP.SEUIL.

Convertir les unités

La fonction *CONVERT* sert à convertir dans une unité donnée, un nombre exprimé dans une autre unité.

	B	C	D	F	H	J
2	Arguments			Syntaxe	Résultat	
4	Nombre	De unité	À unité			
6	1	mi	m	=CONVERT(B6;C6;D6)	1 609,34	Miles en mètres
8	1	day	mn	=CONVERT(B8;C8;D8)	1 440	Jours en minutes
10	0	C	F	=CONVERT(B10;C10;D10)	32	Degrés Celsius en degrés Fahrenheit

Figure 16–46
Mise en œuvre de la fonction CONVERT.

Tableau 16–13 Fonction de conversion

Fonction	Description
CONVERT	Cette fonction utilise trois arguments. Le premier est un nombre. Il est exprimé dans une unité (deuxième argument), et vous souhaitez le convertir dans une autre unité (troisième argument). Pour préciser les deuxième et troisième arguments, il faut choisir deux unités de la même famille, et surtout, respecter les majuscules et minuscules pour les saisir tels qu'ils apparaissent dans les figures 16-47, 16-48 et 16-49.

Poids et masse		Heure	
Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments	Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments
Gramme	"g"	Année	"yr"
Slug	"sg"	Jour	"day"
Livre masse	"lbm"	Heure	"hr"
U (unité de masse atomique)	"u"	Minute	"mn"
Once	"ozm"	Seconde	"sec"

Pression		Force	
Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments	Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments
Pascal	"Pa"	Newton	"N"
Atmosphère	"atm"	Dyne	"dyn"
mm de mercure	"mmHg"	Livre force	"lbf"

Figure 16–47
Convertir les poids, heures, pressions et forces.

Puissance		Magnétisme	
Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments	Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments
Cheval	"HP"	Tesla	"T"
Watt	"W"	Gauss	"ga"

Distance		Température	
Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments	Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments
Mètre	"m"	Degré Celsius	"C"
Mille	"mi"	Degré Fahrenheit	"F"
Mille nautique	"Nmi"	Degré Kelvin	"K"
Pouce	"in"		
Pied	"ft"		
Yard	"yd"		
Angstrom	"ang"		
Pica (1/72 po)	"Pica"		

Figure 16–48
Convertir les puissances, distances, températures et mesures liées au magnétisme.

Énergie		Mesures de capacité	
Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments	Nom de l'unité	Libellé à utiliser dans les arguments
Joule	"J"	Cuillère à thé	"tsp"
Erg	"e"	Cuillère à soupe	"tbs"
Calorie (4,183991 J)	"c"	Once fluide	"oz"
Calorie (4,186795 J)	"cal"	Tasse	"cup"
Électronvolt	"eV"	Pinte U.S.A.	"pt"
Cheval-heure	"HP _h "	Pinte R.U.	"uk_pt"
Watt-heure	"Wh"	Quart	"qt"
Livre pied	"flb"	Gallon	"gal"
British Thermal Unit	"BTU"	Litre	"l"

Figure 16–49
Convertir les mesures d'énergie et de capacité.

Annexe

Correspondances options Excel 2003 – Excel 2010

Affichage

Excel 2003	Excel 2010 onglet	Excel 2010 commande
Afficher : Volet Office au démarrage	absent	absent
Afficher : Barre de formule	Affichage	Afficher>Barre de formule
Afficher : Barre d'état	absent	absent
Afficher : Fenêtres dans la barre des tâches	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Afficher toutes les fenêtres dans la barre des tâches
Commentaires : Aucun	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Aucun commentaire ou indicateur
Commentaires : Indicateur seul	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Indicateur seul, et commentaires au survol
Commentaires : Commentaire et indicateur	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Commentaires et indicateurs
Objets : Afficher tout	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour ce classeur>Pour les objets, afficher tout
Objets : Indicateurs de position	absent	absent
Objets : Masquer tout	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour ce classeur>Pour les objets, afficher rien (Masquer les objets)
Fenêtres : Sauts de page	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher les sauts de page

Excel 2003	Excel 2010 onglet	Excel 2010 commande
Fenêtres : Formules	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Formules dans les cellules au lieu de leurs résultats calculés
Fenêtres : Quadrillage	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher le quadrillage
Fenêtres : Couleur du quadrillage	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Couleur du quadrillage
Fenêtres : En-têtes de ligne et de colonne	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher les en-têtes de ligne et de colonne
Fenêtres : Symboles du plan	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher les symboles du plan si un plan est appliqué
Fenêtres : Valeurs zéro	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher un zéro dans les cellules qui ont une valeur nulle
Fenêtres : Barre de défilement horizontale	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour ce classeur>Afficher la barre de défilement horizontale
Fenêtres : Barre de défilement verticale	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour ce classeur>Afficher la barre de défilement verticale
Fenêtres : Onglets de classeur	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour ce classeur>Afficher les onglets de classeur

Calcul

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Calcul : Automatique	Formules	Calcul>Options de calcul>Automatique
Calcul : Automatique sauf les tables	Formules	Calcul>Options de calcul>Automatique sauf dans les tables de données
Calcul : Sur ordre	Formules	Calcul>Options de calcul>Manuel
Calcul : Recalcul avant enregistrement	Fichier>Options	Formules>Mode de calcul>Recalculer le classeur avant de l'enregistrer
Calcul : Calculer maintenant	Formules	Calcul>Calculer maintenant
Calcul : Calculer document	Formules	Calcul>Calculer la feuille
Calcul : Itération	Fichier>Options	Formules>Mode de calcul>Activer le calcul itératif
Calcul : Nb maximal d'itérations	Fichier>Options	Formules>Mode de calcul>Nb maximal d'itérations
Calcul : Écart maximal	Fichier>Options	Formules>Mode de calcul>Écart maximal
Options de classeur : Mise à jour des références hors programme	Fichier>Options	Options avancées>Lors du calcul de ce classeur>Mise à jour des liaisons vers d'autres documents
Options de classeur : Calcul avec la précision au format affiché	Fichier>Options	Options avancées>Lors du calcul de ce classeur>Définir le calcul avec la précision au format affiché

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Options de classeur : Calendrier depuis 1904	Fichier>Options	Options avancées>Lors du calcul de ce classeur>Utiliser le calendrier depuis 1904
Options de classeur : Enregistrer les valeurs des liaisons externes	Fichier>Options	Options avancées>Lors du calcul de ce classeur>Enregistrer les valeurs des liaisons externes
Options de classeur : Accepter les étiquettes dans les formules	absent	absent

Modification

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Modification directe	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Modification directe
Glissement-déplacement de la cellule	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Glissement-déplacement de la cellule
Alerte avant remplacement	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Alerte avant remplacement
Déplacer la sélection après validation	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Déplacer la sélection après validation
Sens	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Sens
Décimale fixe	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Décimale fixe
Place	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Place
Couper, copier et trier les objets avec les cellules	Fichier>Options	Options avancées>Couper, copier et coller>Couper, copier et trier les objets avec les cellules
Confirmation de la mise à jour automatique des liens	Fichier>Options	Options avancées>Général>Confirmation de la mise à jour automatique des liens
Produire un retour animé	Fichier>Options	Options avancées>Général>Produire un retour animé
Saisie semi-automatique des valeurs de cellule	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Saisie semi-automatique des valeurs de cellule
Étendre les formules et formats de plage de données	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Étendre les formules et formats de plage de données
Activer la saisie automatique de pourcentage	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Activer la saisie automatique de pourcentage
Afficher les boutons d'options de collage	Fichier>Options	Options avancées>Couper, copier et coller>Afficher le bouton Options de collage lorsqu'un contenu est collé
Afficher les boutons d'insertion	Fichier>Options	Options avancées>Couper, copier et coller>Afficher les boutons d'options d'insertion

Général

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Style de référence L1C1	Fichier>Options	Formules>Manipulation de formules>Style de référence L1C1
Ignorer les autres applications	Fichier>Options	Options avancées>Général>Ignorer les autres applications qui utilisent l'échange dynamique de données
Info-bulles de fonctions	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Afficher les info-bulles des fonctions
Liste des derniers fichiers utilisés	Fichier	Récemment>Accéder rapidement à ce nombre de classeurs récents
Afficher la fenêtre des Propriétés	Fichier	Informations>Propriétés>Afficher le panneau de documents
Produire un retour sonore	Fichier>Options	Options avancées>Général>Produire un retour sonore
Zoom avec la roulette IntelliMouse	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Zoom avec la roulette IntelliMouse
Options Web	Fichier>Options	Options avancées>Général>Options Web
Options des services	Fichier	Partager>Publier vers Excel Services>Publier vers Excel Services>Options Excel Services
Nombre de feuilles de calcul par nouveau classeur	Fichier>Options	Général>Lors de la création de classeurs>Inclure ces feuilles
Police standard	Fichier>Options	Général>Lors de la création de classeurs>Utiliser cette police
Dossier par défaut	Fichier>Options	Enregistrement>Enregistrer les classeurs>Dossier par défaut
Au démarrage, ouvrir tous les fichiers du dossier	Fichier>Options	Options avancées>Général>Au démarrage, ouvrir tous les fichiers du dossier
Nom d'utilisateur	Fichier>Options	Général>Personnaliser votre copie de Microsoft Office

Transition

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Enregistrer les fichiers Excel sous	Fichier>Options	Enregistrement>Enregistrer les classeurs>Enregistrer les fichiers au format suivant
Touche d'accès au menu Microsoft Office Excel	Fichier>Options	Options avancées>Compatibilité avec Lotus>Touche d'accès au menu Microsoft Excel
Touches alternatives de déplacement	Fichier>Options	Options avancées>Compatibilité avec Lotus>Touches alternatives de déplacement
Autre interprétation des formules	Fichier>Options	Options avancées>Paramètres de compatibilité avec Lotus>Autre interprétation des formules
Autre mode de saisie des formules	Fichier>Options	Options avancées>Paramètres de compatibilité avec Lotus>Autre mode de saisie des formules

Liste pers.

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Liste pers.	Fichier>Options	Options avancées>Général>Modifier les listes personnalisées

Graphique

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Graphique actif : Traitement des cellules vides Non tracées (laisse un vide)	Outils de graphique>Création	Données>Sélectionner des données>Cellules masquées et cellules vides>Relier les points de données par une courbe
Graphique actif : Traitement des cellules vides Valeur zéro	Outils de graphique>Création	Données>Sélectionner des données>Cellules masquées et cellules vides>Valeur zéro
Graphique actif : Traitement des cellules vides Interpolées	Outils de graphique>Création	Données>Sélectionner des données>Cellules masquées et cellules vides>Intervalles
Graphique actif : Tracer les cellules visibles seulement	Outils de graphique>Création	Données>Sélectionner des données>Cellules masquées et cellules vides>Afficher les données des lignes et colonnes masquées
Info-bulles de graphiques : Afficher les noms	Fichier>Options	Options avancées>Graphique>Afficher les noms des éléments
Info-bulles de graphiques : Afficher les valeurs	Fichier>Options	Options avancées>Graphique>Afficher les valeurs des points de données

Couleur

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Couleurs Modifier	Mise en page	Thèmes>Couleurs
Copier les couleurs de	Mise en page	Thèmes>Thèmes>Rechercher les thèmes

International

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Gestion des nombres : Séparateur de décimale	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Séparateur de décimale
Gestion des nombres : Séparateur de milliers	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Séparateur des milliers

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Gestion des nombres : Utiliser les séparateurs système	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Utiliser les séparateurs système
Impression : Redimensionner A4/ papier à lettres	Fichier>Options	Options avancées>Général>Ajuster le contenu aux formats papier A4 ou 8,5 X 11
De droite à gauche : Orientation par défaut de droite à gauche	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Orientation par défaut de droite à gauche
De droite à gauche : Orientation par défaut de gauche à droite	Fichier>Options	Options avancées>Afficher>Orientation par défaut de gauche à droite
De droite à gauche : Déplacement du curseur logique	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Déplacement du curseur logique
De droite à gauche : Déplacement du curseur visuel	Fichier>Options	Options avancées>Options d'édition>Déplacement du curseur virtuel
De droite à gauche : Afficher la feuille active de droite à gauche	Fichier>Options	Options avancées>Afficher les options pour cette feuille de calcul>Afficher la feuille de droite à gauche

Options

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Paramètres : Enregistrer les informations de récupération automatique toutes les	Fichier>Options	Enregistrement>Enregistrer les classeurs>Enregistrer les informations de récupération automatique toutes les
Emplacement d'enregistrement de récupération automatique	Fichier>Options	Enregistrement>Enregistrer les classeurs>Emplacement du fichier de récupération automatique
Options de classeur : Désactiver la récupération automatique	Fichier>Options	Enregistrement>Exceptions de récupération automatique pour>Désactiver la récupération automatique pour ce classeur uniquement

Vérification des erreurs

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Paramètres : activer la vérification des erreurs d'arrière-plan	Fichier>Options	Formules>Vérification des erreurs>Activer la vérification des erreurs en arrière-plan
Paramètres : couleur de l'indicateur d'erreur	Fichier>Options	Formules>Vérification des erreurs>Indiquer les erreurs à l'aide de cette couleur
Paramètres : Rétablir les erreurs ignorées	Fichier>Options	Formules>Vérification des erreurs>Rétablir les erreurs ignorées
Règles : Donne une valeur d'erreur	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Cellules dont les formules génèrent des erreurs
Règles : Date du texte avec des années à deux chiffres	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Cellules contenant des années à deux chiffres
Règles : Nombre stocké en tant que texte	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Nombres mis en forme en tant que texte ou précédés d'une apostrophe
Règles : Formule incohérente dans la zone	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Formules incohérentes avec d'autres formules de la zone
Règles : La formule omet des cellules dans la zone	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Cellules omises dans une formule appliquée à une zone
Règles : Des cellules déverrouillées contiennent des formules	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Formules dans des cellules déverrouillées
Règles : Formules faisant référence à des cellules vides	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Formules faisant référence à des cellules vides
Règles : Erreur de validation des données de la liste	Fichier>Options	Formules>Règles de vérification des erreurs>Données incorrectes dans un tableau

Orthographe

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Langue du dictionnaire	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Langue du dictionnaire
Ajouter les mots à	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Dictionnaires personnels
Suggérer à partir du dictionnaire principal uniquement	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Suggérer à partir du dictionnaire principal uniquement

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Ignorer les mots en MAJUSCULES	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Ignorer les mots en MAJUSCULES
Ignorer les mots contenant des chffres	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Ignorer les mots qui contiennent des chiffres
Ignorer les adresses Internet et les adresses de fichiers	Fichier>Options	Vérification>Lors de la correction orthographique dans les programmes Microsoft Office>Ignorer les chemins d'accès aux fichiers
Options de correction automatique	Fichier>Options	Vérification>Options de correction automatique>Options de correction automatique

Sécurité

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Paramètres de cryptage de fichiers pour ce classeur : Mot de passe pour la lecture	Fichier	Enregistrer sous>Outils>Options générales>Mot de passe pour la lecture
Paramètres de partage de fichiers pour ce classeur : Mot de passe pour la modification	Fichier	Enregistrer sous>Outils>Options générales>Mot de passe pour la modification
Paramètres de partage de fichiers pour ce classeur : Lecture seule recommandée	Fichier	Enregistrer sous>Outils>Options générales>Lecture seule recommandée
Paramètres de partage de fichiers pour ce classeur : Signatures numériques	Insertion	Texte>Ligne de signature
Options de confidentialité : Supprimer les informations personnelles des propriétés de ce fichier à l'enregistrement	Fichier>Options	Centre de gestion de la confidentialité>Paramètres du Centre de gestion de la confidentialité>Paramètres spécifiques au document>Supprimer les informations personnelles des propriétés du fichier lors de l'enregistrement
Sécurité des macros : Sécurité des macros	Développeur	Code>Sécurité des macros

Correspondances commandes

Excel 2003 – Excel 2010

Fichier

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Nouveau	Fichier	Nouveau
Ouvrir	Fichier	Ouvrir
Fermer	Fichier	Fermer
Enregistrer	Fichier	Enregistrer
Enregistrer sous	Fichier	Enregistrer sous
Enregistrer en tant que page Web	Fichier	Enregistrer sous>Type>Page Web (*.htm, *.html)
Enregistrer l'espace de travail	Affichage	Fenêtre>Enregistrer l'espace de travail
Recherche de fichiers	Fichier	Ouvrir>Partie supérieure de la boîte de dialogue
Autorisation	Fichier	Informations>Autorisations>Protéger le classeur
Aperçu de la page Web		Commande existante, mais non présente dans le ruban
Mise en page	Mise en page	Mise en page>Lanceur de boîte de dialogue
Zone d'impression	Mise en page	Mise en page>Zone d'impression
Aperçu avant impression	Fichier	Imprimer>Partie droite de la fenêtre
Imprimer	Fichier	Imprimer>Partie gauche de la fenêtre
Envoyer vers	Fichier	Partager>Diverses commandes présentes dans la fenêtre de droite, d'autres existent mais ne sont pas proposées dans la fenêtre
Propriétés	Fichier	Informations>Propriétés>Propriétés avancées
Fichiers récents	Fichier	Récent
Quitter	Fichier	Quitter

Édition

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Annuler	Barre d'outils Accès rapide	Annuler
Répéter	Barre d'outils Accès rapide	Répéter
Couper	Accueil	Presse-papiers>Couper
Copier	Accueil	Presse-papiers>Copier
Presse-papiers	Accueil	Presse-papiers>Lanceur de boîte de dialogue

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Coller	Accueil	Presse-papiers>Coller
Collage spécial	Accueil	Presse-papiers>Coller>Collage spécial
Coller comme lien hypertexte		Commande existante, mais non présente dans le ruban. Voir le chapitre 13.
Remplissage	Accueil	Édition>Remplissage
Effacer	Accueil	Édition>Effacer
Supprimer	Accueil	Cellules>Supprimer>Supprimer les cellules
Supprimer une feuille	Accueil	Cellules>Supprimer>Supprimer une feuille
Déplacer ou copier une feuille	Accueil	Cellules>Format>Déplacer ou copier une feuille
Rechercher	Accueil	Édition>Rechercher et sélectionner>Rechercher
Remplacer	Accueil	Édition>Rechercher et sélectionner>Remplacer
Atteindre	Accueil	Édition>Rechercher et sélectionner>Atteindre
Liaisons	Fichier	Information>Modifier les liens d'accès au fichier
Liaisons	Données	Connexions>Modifier les liens d'accès
Objet	Outils de l'objet	Correspond à l'onglet contextuel qui apparaît lorsqu'on sélectionne un objet

Affichage

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Normal	Affichage	Affichages classeur>Normal
Aperçu des sauts de page	Affichage	Affichages classeur>Aperçu des sauts de page
Volet Office	absent	absent
Barres d'outils	absent	absent
Barre de formule	Affichage	Afficher>Barre de formule
Barre d'état	absent	Mais peut quand même être masquée si l'on passe en plein écran (Affichage>Affichages classeur)
En-tête et pied de page	Insertion	Texte>En-tête et pied de page
Commentaires	Révision	Commentaires>Afficher tous les commentaires
Affichages personnalisés	Affichage	Affichages classeur>Affichages personnalisés
Plein écran	Affichage	Affichages classeur>Plein écran
Zoom	Affichage	Zoom>Zoom

Insertion

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Cellules	Accueil	Cellules>Insérer>Insérer des cellules
Lignes	Accueil	Cellules>Insérer>Insérer des lignes dans la feuille
Colonnes	Accueil	Cellules>Insérer>Insérer des colonnes dans la feuille
Feuille	Accueil	Cellules>Insérer>Insérer une feuille
Graphique	Insertion	Graphiques>Lanceur de boîte de dialogue
Caractères spéciaux	Insertion	Symboles>Symbole
Saut de page	Mise en page	Mise en page>Sauts de page>Insérer un saut de page
Fonction	Formules	Bibliothèque de fonctions>Insérer une fonction
Nom>Définir	Formules	Noms définis>Définir un nom>Définir un nom
Nom>Coller	Formules	Noms définis>Utiliser dans la formule
Nom>Créer	Formules	Noms définis>Créer à partir de la sélection
Nom>Appliquer	Formules	Noms définis>Définir un nom>Appliquer les noms
Nom>Étiquette	absent	absent
Commentaire	Révision	Commentaires>Nouveau commentaire
Image>Images clipart	Insertion	Illustrations>Images ClipArt
Image>À partir du fichier	Insertion	Illustrations>Image
Image>À partir d'un scanner ou d'un appareil-photo numérique	absent	absent
Image>Formes automatiques	Insertion	Illustrations>Formes
Image>WordArt	Insertion	Texte>WordArt
Image>Organigramme hiérarchique	Insertion	Illustrations>SmartArt
Diagramme	Insertion	Illustrations>SmartArt
Objet	Insertion	Texte>Objet
Lien hypertexte	Insertion	Liens>Lien hypertexte

Format

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Cellule	Accueil	Cellules>Format>Format de cellule
Ligne>Hauteur	Accueil	Cellules>Format>Hauteur de ligne
Ligne>Ajustement automatique	Accueil	Cellules>Format>Ajuster la hauteur de ligne
Ligne>Masquer	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Masquer les lignes

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Ligne>Afficher	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Afficher les lignes
Colonne>Largeur	Accueil	Cellules>Format>Largeur de colonnes
Colonne>Ajustement automatique	Accueil	Cellules>Format>Ajuster la largeur de colonne
Colonne>Masquer	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Masquer les colonnes
Colonne>Afficher	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Afficher les colonnes
Colonne>Largeur standard	Accueil	Cellules>Format>Largeur par défaut
Feuille>Renommer	Accueil	Cellules>Format>Renommer la feuille
Feuille>Masquer	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Masquer la feuille
Feuille>Afficher	Accueil	Cellules>Format>Masquer & Afficher>Afficher la feuille
Feuille>Arrière-plan	Mise en page	Mise en page>Arrière plan
Feuille>Couleur d'onglet	Accueil	Cellules>Format>Couleur d'onglet
Mise en forme automatique	Accueil	Style>Mettre sous forme de tableau
Mise en forme conditionnelle	Accueil	Style>Mise en forme conditionnelle
Style	Accueil	Style>Styles de cellules

Outils

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Orthographe	Révision	Vérification>Orthographe
Bibliothèque de recherche	Révision	Vérification>Recherche
Vérification des erreurs	Formules	Audit de formules>Vérification des erreurs>Vérification des erreurs
Espace de travail partagé	Fichier	Partager>Enregistrer dans Share Point
Partager le classeur	Révision	Modifications>Partager le classeur
Suivi des modifications	Révision	Modifications>Suivi des modifications
Comparaison et fusion des classeurs		Commande existante, mais non présente dans le ruban. Voir le chapitre 13.
Protection>Protéger la feuille	Révision	Modifications>Protéger la feuille
Protection>Permettre aux utilisateurs de modifier des pages	Révision	Modifications>Permettre la modification des pages
Protection>Protéger le classeur	Révision	Modifications>Protéger le classeur
Protection>Protéger et partager le classeur	Révision	Modifications>Protéger et partager le classeur
Collaboration en ligne	absent	absent
Valeur cible	Données	Outils de données>Analyse de scénarios>Valeur cible
Gestionnaire de scénarios	Données	Outils de données>Analyse de scénarios>Gestionnaire de scénarios

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Audit de formules>Repérer les antécédents	Formules	Audit de formules>Repérer les antécédents
Audit de formules>Repérer les dépendants	Formules	Audit de formules>Repérer les dépendants
Audit de formules>Repérer une erreur	Formules	Audit de formules>Repérer une erreur
Audit de formules>Supprimer toutes les flèches	Formules	Audit de formules>Supprimer toutes les flèches
Audit de formules>Évaluation de formule	Formules	Audit de formules>Évaluation de formule
Audit de formules>Afficher la fenêtre Espions	Formules	Audit de formules>Fenêtre espion
Audit de formules>Mode Audit de formules	Formules	Audit de formules>Afficher les formules
Audit de formules>Afficher la barre d'outils Audit de formules	absent	absent
Macro>Macros	Afficher	Macros>Macros>Afficher les macros
Macro>Nouvelle macro	Afficher	Macros>Macros>Enregistrer une macro
Macro>Sécurité	Développeur	Code>Sécurité des macros
Macro>Visual Basic Editor	Développeur	Code>Visual Basic
Macro>Microsoft Script Editor	absent	absent
Macros complémentaires	Développeur	Compléments>Compléments
Options de correction automatique	Fichier	Options>Vérification>Options de correction automatique
Personnaliser>Barres d'outils	absent	absent
Personnaliser>Commandes	Fichier	Options>Personnaliser le ruban
Personnaliser>Options>Lister les noms de polices dans leur format de police	absent	absent
Personnaliser>Options>Afficher les Info-bulles	Fichier	Options>Général>Style d'Info-bulle
Options	Fichier	Options (voir le détail dans la section suivante)

Données

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Trier	Données	Trier et filtrer>Trier
Filtrer>Filtre automatique	Données	Trier et filtrer>Filtrer

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Filtrer>Afficher tout	Données	Trier et filtrer>Effacer
Filtrer>Filtre élaboré	Données	Trier et filtrer>Avancé
Formulaire		Commande existante, mais non présente dans le ruban
Sous-totaux	Données	Plan>Sous-total
Validation	Données	Outils de données>Validation des données
Table	Données	Outils de données>Analyse de scénarios
Convertir	Données	Outils de données>Convertir
Consolider	Données	Outils de données>Consolider
Grouper et créer un plan>Masquer	Données	Plan>Masquer
Grouper et créer un plan>Afficher les détails	Données	Plan>Afficher les détails
Grouper et créer un plan>Grouper	Données	Plan>Grouper>Grouper
Grouper et créer un plan>Dissocier	Données	Plan>Dissocier>Dissocier
Grouper et créer un plan>Plan automatique	Données	Plan>Grouper>Plan automatique
Grouper et créer un plan>Effacer le plan	Données	Plan>Dissocier>Effacer le plan
Grouper et créer un plan>Paramètres	Données	Plan>Lanceur de boîte de dialogue
Rapport de tableau croisé dynamique	Insertion	Tableaux>Tableau croisé dynamique
Données externes>Importer des données	Données	Données externes>Les divers boutons du groupe
Données externes>Nouvelle requête sur le Web	Données	Données externes>À partir du site Web
Données externes>Créer une requête	Données	Données externes>À partir d'autres sources>Provenance : Microsoft Query
Données externes>Modifier la requête		Commande existante, mais non présente dans le ruban
Données externes>Propriétés de la plage de données	Données	Connexions>Connexions>Propriétés
Données externes>Paramètres		Commande existante, mais non présente dans le ruban
Liste>Créer une liste	Insertion	Tableaux>Tableau
Liste>Redimensionner la liste	Outils de table>Création	Propriétés>Redimensionner le tableau

Excel 2003	Excel 2010	Excel 2010
Liste>Ligne total	Outils de table>Création	Options de style de tableau>Ligne des totaux
Liste>Convertir en plage	Outils de table>Création	Outils>Convertir en plage
Liste>Publier la liste	Outils de table>Création	Données de table externe>Exporter>Exporter le tableau dans une liste SharePoint
Liste>Afficher la liste sur le serveur	Outils de table>Création	Données de table externe>Ouvrir dans le navigateur
Liste>Supprimer la liaison de la liste	Outils de table>Création	Données de table externe>Supprimer la liaison
Liste>Synchroniser la liste		Commande existante, mais non présente dans le ruban. Voir le chapitre 13.
Liste>Ignorer les modifications et actualiser		Commande existante, mais non présente dans le ruban. Voir le chapitre 13.
Liste>Masquer la bordure des listes inactives	absent	absent
XML>Importer	Développeur	XML>Importer
XML>Exporter	Développeur	XML>Exporter
XML>Actualiser les données XML	Développeur	XML>Actualiser les données
XML>Source XML	Développeur	XML>Source
XML>Propriétés du mapage XML	Développeur	XML>Propriétés du mappage
XML>Modifier la requête	absent	absent
XML>Kits d'extension XML	Développeur	XML>Kits d'extension
Actualiser les données	Données	Connexions>Actualiser tout

Fenêtre

Nouvelle fenêtre	Affichage	Fenêtre>Nouvelle fenêtre
Réorganiser	Affichage	Fenêtre>Réorganiser tout
Comparer en côte à côte avec	Affichage	Fenêtre>Afficher côte à côte
Masquer	Affichage	Fenêtre>Masquer
Afficher	Affichage	Fenêtre>Afficher
Fractionner	Affichage	Fenêtre>Fractionner
Figer les volets	Affichage	Fenêtre>Figer les volets
Classeurs ouverts	Affichage	Fenêtre>Changement de fenêtre